

IKE-Antrag Stellenwertsystem, 2019

## Anhang

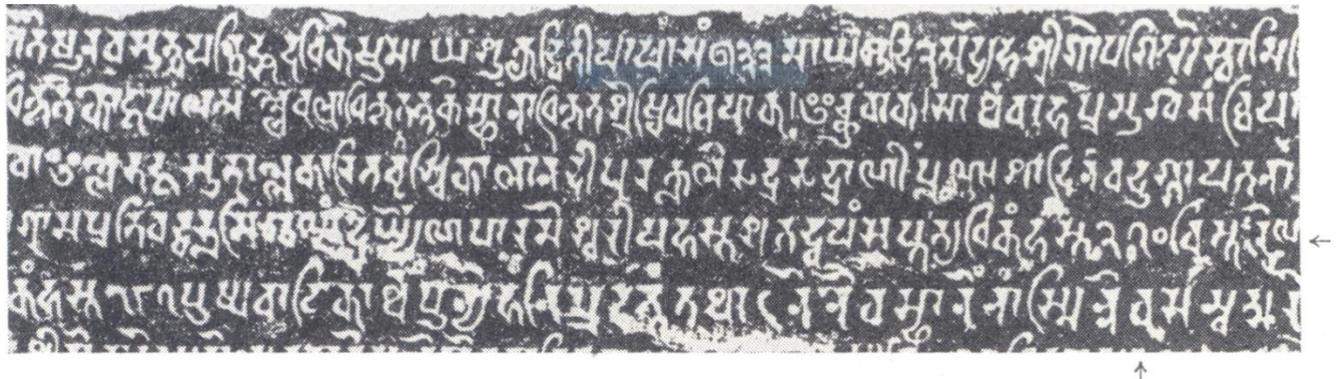
Dokumentation der Kulturform (Bildmaterial, Literatur)

Zum

Antrag zur Aufnahme in das Verzeichnis des Immateriellen Kulturerbes in  
Deutschland:

### **Stellenwertsystem und Ziffernrechnen**

Abb. 1: Die Dezimalzahl 270 in einer Inschrift aus dem neunten Jahrhundert im Chatur-Bujha Tempel in Gwalior, Indien, gekennzeichnet durch zwei Pfeile (aus [33]).



### Erläuterungen

„Als erster gesicherter Nachweis der Null als Zahl in Indien (schon früher in Südostasien) wird eine Steintafel aus dem Ort Gwalior 500 km südlich von Neu-Delhi mit den Daten 27. Dezember 786, 10. Januar 787 und 17. Januar 787 angesehen, die von einer Gartenanlage handelt, deren Länge 270 (hastas) beträgt und 50 Blumengirlanden erhielt.“ Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Null>

“ .. a plaque that dates from the Indian year equivalent to 875/876 AD. The inscription contains two instances of the symbol zero: in the number '270', referring to a piece of land of size 270 x 187 hastas, where hasta is a unit of length, and in the number "50", referring to a daily gift of 50 garlands of flowers.”

Quelle: Bellos A (2013) Nirvana by Numbers.

URL: <https://www.theguardian.com/science/alexs-adventures-in-numberland/2013/oct/07/mathematics1>

Abb. 2: Inschrift K-127 aus dem siebten Jahrhundert in Sambor am Mekong, Kambodscha, mit der ältesten bekannten dezimalen Null (Foto: Amir Aczel).



URL: <http://www.phnompenhpost.com/post-weekend/did-ancient-cambodians-invent-zero>

### Erläuterungen

“The zero is the dot in the middle, to the right of the spiral-looking character, which is a 6 in Old Khmer. The numeral to the right of the dot is a 5, making the full number 605. The inscription says: “The Chaka era reached year 605 on the fifth day of the waning moon...” We know that in Cambodia the Chaka era began in the year 78 AD. Thus the date of this zero is  $605 + 78 = 683$ .”

Quelle: Aczel AD (2013) How I Rediscovered the Oldest Zero in History, Discover.

„Die nachweislich erste Verwendung der Ziffer „0“ stammt ... aus Kambodscha, und zwar in der Inschrift K. 127, wo in Ziffern das Śakajahr „605“ genannt wird, das unserem Jahr 683/84 entspricht.“ Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Null>

Abb. 3: Denkmal für al-Hwarizmi in Chiwa, Usbekistan (Foto: Helmuth Grieb).



### Erläuterungen

„Abu Dscha'far Muhammad ibn Musa al-Chwarizmi, \* um 780; † zwischen 835 (?) und 850) war ein choresmischer Universalgelehrter, Mathematiker, Astronom und Geograph während der abbasidischen Blütezeit, der zwar aus dem iranischen Choresmien stammte, jedoch den größten Teil seines Lebens in Bagdad verbrachte und dort im „Haus der Weisheit“ tätig war. Von seinem Namen leitet sich der Begriff Algorithmus ab...In seinem Buch über die Indische Zahlschrift (um 825) – die arabische Urfassung dieses Buches ist verlorengegangen, es blieb nur in einer lateinischen Übersetzung mit dem Titel De numero Indorum erhalten – stellte al-Chwarizmi die Arbeit mit Dezimalzahlen vor und führte die Ziffer Null (arabisch: sefr) aus dem indischen in das arabische Zahlensystem und damit in alle modernen Zahlensysteme ein... Im Jahr 830 schloss er die Arbeit an al-Kitāb al-muḥtaṣar fī ḥisāb al-ğabr wa-`l-muqābala („Das kurzgefasste Buch über die Rechenverfahren durch Ergänzen und Ausgleichen“) ab. Es ist eine Zusammenstellung von Regeln und Beispielen. Sein – für die damalige Zeit ungewöhnliches – systematisch-logisches Vorgehen gab den Lösungsansätzen linearer und quadratischer Gleichungen eine völlig neue Richtung ... Das Buch wurde vom 12. Jahrhundert an mehrfach ins Lateinische übersetzt; dabei wurde der Begriff „Algebra“ aus dem Titel dieses Werkes (al-ğabr) abgeleitet.“ Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/Al-Chwarizm>

Abb. 4: Statue Fibonacci, Camposanto di Pisa, 1863 (Foto: Hans-Peter Postel).



URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo\\_Fibonacci](https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci)

#### Erläuterungen

„Leonardo da Pisa, auch Fibonacci genannt (\* um 1170 in Pisa; † nach 1240 ebenda), war Rechenmeister in Pisa und gilt als einer der bedeutendsten Mathematiker des Mittelalters. Auf seinen Reisen nach Afrika, Byzanz und Syrien machte er sich mit der arabischen Mathematik vertraut und verfasste mit den dabei gewonnenen Erkenntnissen das Rechenbuch Liber ab(b)aci im Jahre 1202 (Überarbeitung 1228). Bekannt ist daraus heute vor allem die nach ihm benannte Fibonacci-Folge.“ Quelle: [https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo\\_Fibonacci](https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci)

**Abb. 5:** Holzschnitt aus der Margarita philosophica von Gregor Reisch, 1503. Frau Arithmetica ist mit den neuen Zahlen geschmückt und steht als Richterin zwischen dem alten Abakusrechnen (rechts: „Pythagoras“ mit einfacher Verdopplungsaufgabe beschäftigt) und dem neuen Ziffernrechnen (links: „Boethius“ zeigt auf die Null und ist mit schwierigeren Aufgaben befasst, wie der Behandlung von Brüchen).[6, 23] Boethius[55] war als spätantiker römischer Gelehrter der wichtigste Vermittler griechischer Logik und Mathematik. Er lebte im 5./6. Jhd. unter der Herrschaft der Ostgoten, also bevor das Wissen um ein Stellenwertsystem Europa erreichte[26]. Hinweise auf den indisch-arabischen Hintergrund des in der Darstellung siegreichen[73] neuen Ziffernrechnens werden jedoch nicht gegeben. (Typ 520.03.736, Houghton Library, Harvard University)



URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gregor\\_Reisch](https://de.wikipedia.org/wiki/Gregor_Reisch)

### Erläuterungen

„Die Margarita philosophica ist eine allgemeine Enzyklopädie aus dem Jahr 1503. Gregor Reisch hat sie im Wesentlichen zwischen 1489 und 1496 in lateinischer Sprache verfasst. ... Das Werk enthält als Universitas literarum das gesamte menschliche Wissen des späten Mittelalters. ... Das Werk wurde das am weitesten verbreitete Lehrbuch der Philosophie und des enzyklopädischen Wissens für das Studium der Artes liberales und sollte es auch für mehr als 100 Jahre bleiben. Die Margarita philosophica gilt als die älteste gedruckte Enzyklopädie.“ Quelle:

[https://de.wikipedia.org/wiki/Margarita\\_Philosophica](https://de.wikipedia.org/wiki/Margarita_Philosophica)

Abb. 6: Bronzeplastik Adam Ries in Staffelstein, 2009 (Foto: Ulrich Reich).



:

### Erläuterungen

„Adam Ries (oft in der flektierten Form Adam Riese; \* 1492 oder 1493 in Staffelstein, Fürstbistum Bamberg; † 30. März oder 2. April 1559 vermutlich in Annaberg oder Wiesa) war ein deutscher Rechenmeister. Bekannt wurde er durch sein Lehrbuch *Rechenung auff der linihen und federn...*, das bis ins 17. Jahrhundert mindestens 120-mal aufgelegt wurde. Bemerkenswert ist, dass Adam Ries seine Werke nicht – wie damals üblich – in lateinischer, sondern in deutscher Sprache schrieb. Dadurch erreichte er einen großen Leserkreis und konnte darüber hinaus auch zur Vereinheitlichung der deutschen Sprache beitragen. Adam Ries gilt als der ‚Vater des modernen Rechnens‘. Er hat mit seinen Werken entscheidend dazu beigetragen, dass die römische Zahlendarstellung als unhandlich erkannt und weitgehend durch die nach dem Stellenwertsystem strukturierten indisch-arabischen Zahlzeichen ersetzt wurde. Sein Name ist aus der Redewendung „Nach Adam Riese“ allgemein bekannt.“ Quelle: [https://de.wikipedia.org/wiki/Adam\\_Ries](https://de.wikipedia.org/wiki/Adam_Ries)

Abb. 7: Die drei Rechenbücher von Adam Ries aus den Jahren 1518, 1522 und 1550.



Quelle: FOT09

URL: [https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe\\_09/Fothe-Linienrechnen.pdf](https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe_09/Fothe-Linienrechnen.pdf)

## Erläuterungen

„Adam Ries verfasste drei Rechenbücher für den Unterricht in Rechenschulen und für die Ausbildung von Kaufleuten und Handwerkern:

- *Rechnung auff der linihen* (1518): Ries beschreibt darin das Rechnen auf den Linien eines Rechenbretts. Es ist laut dem Vorwort der zweiten Auflage ausdrücklich für Kinder bestimmt.
- *Rechnung auff der linihen und federn...* (1522): Neben dem Rechnen auf dem Rechenbrett beschreibt er in diesem Buch das Ziffernrechnen mit indischen/arabischen Ziffern. Es wurde zu seinen Lebzeiten über hundertmal, bislang mindestens 120-mal aufgelegt und begründete seinen Ruf als deutscher Rechenmeister.
- *Rechenung nach der lenge/ auff den Linihen vnd Feder./.../Mit grüntlichem unterricht des visierens.* (1550): Oft zitiert unter dem Kurztitel „Practica“, da in den einzelnen Kapiteln gleiche praktische Beispiele mit unterschiedlichen Methoden gerechnet werden. Ergänzend zu seinen früheren Büchern hat Ries hier auch das „Visieren“ behandelt, die zu seiner Zeit sehr wichtige Berechnung des Inhalts von Fässern. Das Buch zeigt erstmals auch ein Porträt des Autors, das als einziges zeitgenössisches Bild Ries' überhaupt auch einen Hinweis auf sein Geburtsjahr gibt.“

Quelle: [https://de.wikipedia.org/wiki/Adam\\_Ries](https://de.wikipedia.org/wiki/Adam_Ries)

Abb. 8: Gottfried Wilhelm Leibniz. Porträt von Christoph Bernhard Francke, um 1700; Herzog Anton Ulrich-Museum, Braunschweig.



URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried\\_Wilhelm\\_Leibniz](https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz)

### Erläuterungen

„Gottfried Wilhelm Leibniz (\* 1. Juli 1646 in Leipzig; † 14. November 1716 in Hannover) war ein deutscher Philosoph, Mathematiker, Diplomat, Historiker und politischer Berater der frühen Aufklärung. Er gilt als der universale Geist seiner Zeit ... Leibnizens Rechenmaschine ... war ein historischer Meilenstein im Bau von mechanischen Rechenmaschinen. Das von ihm erfundene Staffelwalzenprinzip, mit dem Multiplikationen auf mechanische Weise realisiert werden konnten, hielt sich über 200 Jahre als unverzichtbare Basistechnik. ... Im weiteren Sinne war Leibniz wegbereitend für die Rechenmaschine im heutigen Sinne, den Computer. Er entdeckte, dass sich Rechenprozesse viel einfacher mit einer binären Zahlencodierung durchführen lassen, und ferner, dass sich mittels des binären Zahlencodes die Prinzipien der Arithmetik mit den Prinzipien der Logik verknüpfen lassen (siehe *De progressionem Dyadica*, 1679; oder *Explication de l'Arithmetique Binaire*, 1703). Die hier erforschten Prinzipien wurden erst 230 Jahre später in der Konstruktion von Rechenmaschinen eingesetzt (z. B. bei der Zuse Z1).“ Quelle:

[https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried\\_Wilhelm\\_Leibniz](https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz)

Abb.9: Die Zahlentafel von Jakob Köbel aus dem Buch „Mit der kryde od’ Schreibfedern / durch die zeiferzal zů rechē / Ein neü Rechēpüchlein / den angenden Schülern d’ rechnüg zů erē getrückt“ von 1520 (entnommen dem Beitrag von Richard Hergenbahn in [15]). Dargestellt sind die bisherigen römischen Zahlen, damals als „deutsche Zahlen“ bezeichnet, und die neuen indisch-arabischen Zahlen im Stellenwertsystem mit Aussprachevorschlag.

**Q**uch der gemeinen Teütschen zale / Wie der eyne auß der andern erkant / gelehrt / vnd verstanden wirt.

1	I	Eyne	27	xxvii	Zwenzig syben
2	II	Zwey	28	xxviii	Zwenzig ächt
3	III	Drey	29	xxix	Zwenzig neün
4	IIII	Fyer	30	xxx	Dreyßigt
5	V	Fünff	31	xxxi	Dreyßig eins
6	VI	Sechs	32	xxxii	Dreyßig zwey
7	VII	Syben	33	xxxiii	Dreyßig drey
8	VIII	Acht	34	xxxiiii	Dreyßig fyer
9	IX	Neün	35	xxxv	Dreyßig fünff
10	X	Zehen	36	xxxvi	Dreyßig sechs
11	XI	Elf	37	xxxvii	Dreyßig syben
12	XII	Zwölff	38	xxxviii	Dreyßig ächt
13	XIII	Dreyzehen	39	xxxix	Dreyßig neün
14	XIIII	Fyertzehen	40	xl	Fyertzigt
15	XV	Fünffzehen	41	xli	Fyertzig eins
16	XVI	Sechzehen	42	xlii	Fyertzig zwey
17	XVII	Sybenzehen	43	xliiii	Fyertzig drey
18	XVIII	Achzehen	44	xliiiii	Fyertzig fyer
19	XIX	Neünzehen	45	xlv	Fyertzig fünff
20	XX	Zwenzigt	46	xlvi	Fyertzig sechs
21	XXI	Zwenzigt eins	47	xlvii	Fyertzig syben
22	XXII	Zwenzigt zwey	48	xlviii	Fyertzig ächt
23	XXIII	Zwenzigt drey	49	xlix	Fyertzig neün
24	XXIIII	Zwenzigt fyer	50	l	Fünffzig
25	XXV	Zwenzigt fünff	51	li	Fünffzig eins
26	XXVI	Zwenzigt sechs	52	lii	Fünffzig zwey

### Erläuterungen

„Jakob Köbel kam als Rechtsgelehrter 1494 von Heidelberg nach Oppenheim, um dort das Amt des Stadtschreibers zu übernehmen. Köbel wurde um 1460 geboren, Ries 1492. Köbel schrieb 1514 sein erstes Rechenbuch, Ries im Jahre 1518 (ein Exemplar hiervon ist jedoch bisher nicht nachweisbar, die 2. Auflage stammt aus dem Jahr 1525). Wie der Titel besagt, wird in Köbels Buch von 1520 ausschließlich das Ziffernrechnen gelehrt, wozu nur noch Kreide oder Schreibfedern erforderlich sind. Zehner und Einer von 21 bis 91 werden ausnahmslos unverdreht genannt.“[15]

Abb.10: Mathematikunterricht an der Waldschule, einer Grundschule in Bochum. Eine Lehrerin erprobt die Einführung des Stellenwertsystems in unverdrehter Aussprache (Foto: Lothar Gerritzen).



### Erläuterungen

„Durch die verdrehte Zahlenaussprechweise beanspruchen der Aufbau der Zahlenräume und das Rechnen mit diesen Zahlen viel Unterrichtszeit, um schnelle und fehlerfreie Lösungen zu erzielen. Die asiatischen und einige der europäischen Kinder sind hier im Vorteil, bei ihnen stimmen in ihrer jeweiligen Muttersprache die geschriebenen und gesprochenen Zahlen überein, dadurch haben sie mehr Zeit, um mathematische Fähigkeiten zu entwickeln. ... In der Waldschule lernen Kinder mit unterschiedlichen Zählerfahrungen – je nach Herkunft. 2004 haben wir uns entschlossen, beide Zählweisen parallel zu nutzen. Im alltäglichen Gebrauch sprechen die Kinder 'normal verdreht'. Im Mathematikunterricht arbeiten wir in der Regel mit der logischen Sprechweise. Damit sich die Basis für das Zahlenverständnis und das Rechnen schnell und solide bei allen Kindern entwickelt, wird im 1. und 2. Jahrgang die logische Aussprechweise besonders gepflegt.“ (aus dem Beitrag von Sigrid Eiskirch in [15]).

## Dokumentation der Kulturform

### a) Bildmaterial

Abb. 1: Die Dezimalzahl 270 in einer Inschrift aus dem neunten Jahrhundert im Chatur-Bujha Tempel in Gwalior, Indien, gekennzeichnet durch zwei Pfeile. Entnommen aus [33] (Urheberrecht an Abbildung abgelaufen).

Abb. 2: Inschrift K-127 aus dem siebten Jahrhundert in Sambor am Mekong, Kambodscha, mit der ältesten bekannten dezimalen Null. Aufnahme: Amir Aczel. URL: <http://www.phnompenhpost.com/post-weekend/did-ancient-cambodians-invent-zero>. A courtesy of Amir Aczel, gemeinfrei (Dr. Aczel ist 2015 verstorben).

Abb 3: Denkmal für al-Hwarizmi in Chiwa, Usbekistan. Das Foto wurde freundlicherweise vom Urheber, Prof. Dr. Helmuth Grieb, als gemeinfrei zur Verfügung gestellt.

Abb. 4: Statue Fibonacci, Camposanto di Pisa, 1863. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo\\_Fibonacci](https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci). Foto von Hans-Peter Postel, gemeinfrei.

Abb. 5: Holzschnitt aus der Margarita philosophica von Gregor Reisch, 1503. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gregor\\_Reisch](https://de.wikipedia.org/wiki/Gregor_Reisch). Foto der Houghton Library, Harvard University (Typ 520.03.736), gemeinfrei.

Abb. 6: Bronzeplastik Adam Ries in Staffelstein, 2009. Das Foto wurde freundlicherweise vom Urheber, Prof. Dr. Ulrich Reich, als gemeinfrei zur Verfügung gestellt.

Abb. 7: Die drei Rechenbücher von Adam Ries aus den Jahren 1518, 1522 und 1550. URL: [https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe\\_09/Fothe-Linienrechnen.pdf](https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe_09/Fothe-Linienrechnen.pdf). Diese Abbildungen sind gemeinfrei, da die urheberrechtliche Schutzfrist abgelaufen ist.

Abb. 8: Gottfried Wilhelm Leibniz. Porträt von Christoph Bernhard Francke, um 1700; Herzog Anton Ulrich-Museum, Braunschweig. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried\\_Wilhelm\\_Leibniz](https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz). Das Foto ist gemeinfrei.

Abb.9: Die Zahlentafel von Jakob Köbel aus dem Buch „Mit der kryde od’ Schreibfedern / durch die zeiferzal zû rechē / Ein neü Rechēpüchlein / den angenden Schülern d’ rechnüg zû erē getrückt“ von 1520 (entnommen dem Beitrag von Richard Hergenbahn in [15]). Die urheberrechtliche Schutzfrist ist abgelaufen. Der Nachdruck wurde mit Zustimmung des Universitätsverlags Brockmeyer, Bochum dem Buch [15] entnommen.

Abb.9: Die Zahlentafel von Jakob Köbel aus dem Buch „Mit der kryde od’ Schreibfedern / durch die zeiferzal zû rechē / Ein neü Rechēpüchlein / den angenden Schülern d’ rechnüg zû erē getrückt“ von 1520 (entnommen dem Beitrag von Richard Hergenbahn in [15]). Die urheberrechtliche Schutzfrist ist abgelaufen. Der Nachdruck

wurde mit Zustimmung des Universitätsverlags Brockmeyer, Bochum dem Buch [15] entnommen.

Abb.10: Mathematikunterricht an der Waldschule, einer Grundschule in Bochum. Eine Lehrerin erprobt die Einführung des Stellenwertsystems in unverdrehter Aussprache (entnommen dem Beitrag von Sigrud Eiskirch in [15]). Das Foto wurde freundlicherweise vom Urheber, Prof. Dr. Lothar Gerritzen, für diesen Antrag zur Verfügung gestellt. Frau Eiskirch hat der Verwendung des Fotos in diesem Antrag und einer Veröffentlichung auf der Website der Deutschen UNESCO-Kommission zugestimmt. Der Nachdruck wurde mit Zustimmung des Universitätsverlags Brockmeyer, Bochum dem Buch [15] entnommen.

#### b) Literaturverzeichnis

- [1] Al-Khalili J (2003) Im Haus der Weisheit - Die arabischen Wissenschaften als Fundament unserer Kultur. Fischer Taschenbuch, Frankfurt
- [2] Alten HW, Djafari Naini A, Folkerts M, Schlosser H, Schlote KH, Wußing H (2003) 4000 Jahre Algebra – Geschichte, Kulturen, Menschen. Springer, Berlin/ Heidelberg/New York
- [3] Bachman G (1964) Introduction to p-adic Numbers and Valuation Theory. Academic Press, New York
- [4] Becker O (1975) Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung. Suhrkamp Taschenbuch, Berlin [diese Ausgabe ist identisch mit der 1964 im Karl Alber Verlag Freiburg/München erschienenen 2. Auflage]
- [5] Barrow JD (2005) Ein Himmel voller Zahlen – Auf den Spuren mathematischer Wahrheit, 4. Auflage. Rowohlt Taschenbuch, Reinbeck
- [6] Bossong G (2007) Das Maurische Spanien, Geschichte und Kultur. C.H. Beck, München
- [7] Breger H. (2009) Leibniz' binäres Zahlensystem als Grundlage der Computertechnologie. Jahrbuch der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen 2008, Berlin, New York, S. 385-391. URL: <https://rep.adw-goe.de/bitstream/handle/11858/00-001S-0000-0007-3724-4/Article-29.pdf?sequence=1>
- [8] Dantzig T (2007, Erstpublikation: 1930) Number: The Language of Science. Plume, New York (Übersetzung des zitierten Satzes: Ifrah 1991, S. 480)
- [9] Delahaye JP (2005) Die bizarre Welt der links-unendlichen Zahlen. Spektrum der Wissenschaft, Spezial 2-05: Unendlich (plus 1), S. 24-31
- [10] Diller A (1996) New zeros and old Khmer. Mon-Khmer Studies 25:125-132 URL: <http://sealang.net/sala/archives/pdf8/diller1996new.pdf>

- [11] DMV, GDM, MNU (2008) Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik. Empfehlungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung, der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik und des Verbandes zur Förderung des MINT-Unterrichts. URL: [https://madipedia.de/images/2/21/Standards\\_Lehrerbildung\\_Mathematik.pdf](https://madipedia.de/images/2/21/Standards_Lehrerbildung_Mathematik.pdf)
- [12] Folkerts M (1997) Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwarizmi, Übersetzung und Kommentar. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München
- [13] Fothe M (2009) Adam Ries und das Rechnen auf den Linien, Begleitmaterial für die Lehrerfortbildung. Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik, Friedrich-Schiller Universität, Jena. URL: [https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe\\_09/Fothe-Linienrechnen.pdf](https://www.minet.uni-jena.de/preprints/fothe_09/Fothe-Linienrechnen.pdf)
- [14] Fothe M, Schmitz M, Skorsetz B, Tobies R (2014) Mathematik und Anwendungen, Thillmreihe: Forum 14. URL: <https://www.schulportal-thueringen.de/media/detail?tspi=4818>
- [15] Gerritzen L (2008) Zwanzigeins - für die unverdrehte Zahlensprechweise. Brockmeyer, Bochum. URL: <https://zwanzigeins.jetzt/infos/literatur>
- [16] Gingerich O (2006) Die islamische Periode der Astronomie. Spektrum der Wissenschaft, Dossier 4-06: Astronomie vor Galilei, S. 38-47
- [17] Gordon N (1987) Der Medicus. Droemer Knaur, München
- [18] Gouvea FQ (1993) P-adic Numbers. Springer, New-York
- [19] Gupta RC (1983) Spread and triumph of Indian numerals, Indian J. Hist. Sci. 18, S. 23-38. URL: [https://insa.nic.in/writereaddata/UpLoadedFiles/IJHS/Vol18\\_1\\_4\\_RCGupta.pdf](https://insa.nic.in/writereaddata/UpLoadedFiles/IJHS/Vol18_1_4_RCGupta.pdf)
- [20] Hensel K (1908) Theorie der algebraischen Zahlen. Teubner, Leipzig/Berlin
- [21] Hensel K (1913) Zahlentheorie. Göschen, Berlin
- [22] Hofstadter DR (1985) Gödel, Escher, Bach - Ein endloses geflochtenes Band, 6. Auflage. Klett-Cotta, Stuttgart
- [23] Ifrah G (1991) Die Universalgeschichte der Zahlen, 2. Auflage. Campus, Frankfurt/New York
- [24] Kaplan R (2004) Die Geschichte der Null, 3. Auflage. Piper, München
- [25] Katz VJ (1993): A History of Mathematics. HarperCollins College Publishers, New York
- [26] Knuth DE (1981) The Art of Computer Programming. Addison-Wesley, Boston, MA
- [27] Kunitzsch P (2005) Zur Geschichte der `arabischen` Ziffern. Bayerische Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Klasse, Sitzungsberichte, Jahrgang 2005, Heft 3

- [28] Kunitzsch P (2006) Arabisches am Sternhimmel. Spektrum der Wissenschaft, Dossier 4-06: Astronomie vor Galilei, S. 49-53
- [29] Leibniz GW (1679) De Progressione Dyadica, Pars I, (MS, 15 March 1679), veröffentlicht in Facsimile (mit deutscher Übersetzung) in Erich Hochstetter und Hermann-Josef Greve, Hrsg., Herr von Leibniz' Rechnung mit Null und Eins (Berlin: Siemens Aktiengesellschaft, 1966). Siehe auch URL: <https://www.bibnum.education.fr/sites/default/files/69-analysis-leibniz.pdf>
- [30] Leibniz GW (1703) Explication de l'arithmétique binaire qui se sert des seuls caractères 0 & 1 avec des remarques sur son utilité & sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures chinoises de Fohy. Memoires de l'Academie Royale des Sciences. Siehe auch URL: <http://www.leibniz-translations.com/binary.htm>
- [31] MacTutor (2019) History of Mathematics Archive (Hrsg.: John O'Connor und Edmond F. Robinson): Indian numerals. St Andrews University. URL: [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Indian\\_numerals.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Indian_numerals.html)
- [32] MacTutor (2019) History of Mathematics Archive (Hrsg.: John O'Connor und Edmond F. Robinson): The Arabic numeral system. St Andrews University. URL: [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Arabic\\_numerals.html](http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Arabic_numerals.html)
- [33] Menninger K (1958) Zahlwort und Ziffer. Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen
- [34] Meyerhöfer W (2015) Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig. Skizze einer stellenwertlogisch konsistenten Konstruktion der Zahlwörter im Deutschen. Pädagogische Korrespondenz 52/15: S. 21-41.
- [35] Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2004) Kernlehrplan für die Gesamtschule – Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen: Mathematik. ISBN 3–89314–741–1, Heft 3106, Ritterbach Verlag GmbH, Frechen. URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/44/gs\\_mathematik.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/44/gs_mathematik.pdf)
- [36] Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2004) Kernlehrplan für die Realschule in Nordrhein-Westfalen: Mathematik. ISBN 3–89314–738–1, Heft 3302, Ritterbach Verlag GmbH, Frechen. URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene\\_download/realschule/rs\\_mathematik.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/lehrplaene_download/realschule/rs_mathematik.pdf)
- [37] Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2018) Merkblatt - Einstellung in den Vorbereitungsdienst für das Lehramt Grundschule zum 01.05.2019. URL: [https://www.schulministerium.nrw.de/sevon\\_2018\\_2/allgemeineHinweise/mit\\_tz/MerkblattGrundschule.pdf](https://www.schulministerium.nrw.de/sevon_2018_2/allgemeineHinweise/mit_tz/MerkblattGrundschule.pdf)
- [38] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2008) Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen: Deutsch, Sachunterricht, Mathematik, Englisch, Musik, Kunst, Sport, Evangelische Religionslehre, Katholische Religionslehre. ISBN 978–3–89314–965–0, Heft 2012, Ritterbach Verlag GmbH, Frechen. URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp\\_gs/LP\\_GS\\_2008.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/upload/klp_gs/LP_GS_2008.pdf)

- [39] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2011) Kernlehrplan und Richtlinien für die Hauptschule in Nordrhein-Westfalen: Mathematik. Heft 3203, [www.schulministerium.nrw.de](http://www.schulministerium.nrw.de). URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/43/Mathe\\_HS\\_KLP.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/43/Mathe_HS_KLP.pdf)
- [40] Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2007) Kernlehrplan für das Gymnasium – Sekundarstufe I (G8) in Nordrhein-Westfalen: Mathematik. ISBN 978-3-89314-842-0, Heft 3401(G8), Ritterbach Verlag GmbH, Frechen. URL: [https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/46/gym8\\_mathematik.pdf](https://www.schulentwicklung.nrw.de/lehrplaene/lehrplan/46/gym8_mathematik.pdf)
- [41] Nagel E, Newman JR (2010) Der Gödelsche Beweis, 9. Auflage. R. Oldenbourg, München
- [42] Oberhessische Presse (2019) Leider kein Witz: Mehrheit der Amerikaner will arabische Ziffern vom Lehrplan nehmen, 18.05.2019. URL: <https://www.op-marburg.de/Mehr/Welt/Panorama/Leider-kein-Witz-Mehrheit-der-Amerikaner-will-arabische-Ziffern-vom-Lehrplan-nehmen>
- [43] O'Shea D (2009) Poincarés Vermutung. Fischer, Frankfurt
- [44] Peckhaus V (1984) Der nationalsozialistische „neue Begriff“ von Wissenschaft am Beispiel der „Deutschen Mathematik“ – Programm, Konzeption und politische Realisierung. Diplomarbeit, RWTH Aachen. URL: <https://publications.rwth-aachen.de/record/229987/files/2696.pdf>
- [45] Penrose R (1995) Schatten des Geistes – Wege zu einer neuen Physik des Bewusstseins. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg/Berlin/Oxford
- [46] Pickover CA (2014) Die Geschichte der Medizin. Librero, Kerkdiel
- [47] Ries A (1522) Rechnung auf Linien und Federn, 114. Auflage. Magistrat der Stadt Erfurt, Erfurt 1991 (Passage übertragen in heutiges Deutsch)
- [48] Schellenberger M (1953) Zahlwort und Schriftbild der Zahl. VEB Bibliographisches Institut, Leipzig
- [49] Sigler LE (2002) Fibonacci's Liber Abaci, A Translation into Modern English of Leonardo Pisani's Book of Calculation. Springer, New York
- [50] Steimann F (2018) Einsen und Nullen: Grundlagen der Digitalisierung. Fakultät für Mathematik und Informatik der Fernuniversität in Hagen. URL: <http://www.fe.u.de/ps/oer/K10w.pdf>
- [51] Strohmaier G (2006a) Al-Biruni – Ein Gelehrter, den das Abendland übersah. Spektrum der Wissenschaft, Dossier 4-06: Astronomie vor Galilei, S. 22-29
- [52] Strohmaier G (2006b) Alhazen – Physik am Rande des Irrsinns. Spektrum der Wissenschaft, Dossier 4-06: Astronomie vor Galilei, S. 30-37
- [53] Tropicke J (1980): Geschichte der Elementarmathematik. Walter de Gruyter, Berlin/New York

- [54] von Neumann J (2000) The Computer and the Brain, 2. Auflage. Mrs. Hepsa Ely Silliman Memorial Lectures. Yale University Press, New Haven
- [55] Wendt H, Bos W, Selter C, Köller O, Schwippert K, Kasper D (2016) TIMSS 2015. Mathematische und naturwissenschaftliche Kompetenzen von Grundschulkindern in Deutschland im internationalen Vergleich. Waxmann, Münster/New York.  
URL: <https://www.waxmann.com/fileadmin/media/zusatztexte/3566Volltext.pdf>
- [56] Wikipedia (2019) Adam Ries. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Adam\\_Ries](https://de.wikipedia.org/wiki/Adam_Ries)
- [57] Wikipedia (2019) Al-Chwarizmi. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Al-Chwarizmi>
- [58] Wikipedia (2019) Archimedes. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Archimedes>
- [59] Wikipedia (2019) Automatisierter Handel. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Automatisierter\\_Handel](https://de.wikipedia.org/wiki/Automatisierter_Handel)
- [60] Wikipedia (2019) Boethius. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Boethius>
- [61] Wikipedia (2019) Carl Friedrich Gauß. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Carl\\_Friedrich\\_Gauß](https://de.wikipedia.org/wiki/Carl_Friedrich_Gauß)
- [62] Wikipedia (2019) Computeralgebra. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Computeralgebra>
- [63] Wikipedia (2019) Deutsche Mathematik. URL: [https://de.m.wikipedia.org/wiki/Deutsche\\_Mathematik](https://de.m.wikipedia.org/wiki/Deutsche_Mathematik)
- [64] Wikipedia (2019) Elementarladung. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Elementarladung>
- [65] Wikipedia (2019) Gottfried Wilhelm Leibniz. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried\\_Wilhelm\\_Leibniz](https://de.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz)
- [66] Wikipedia (2019) Gregor Reisch. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Gregor\\_Reisch](https://de.wikipedia.org/wiki/Gregor_Reisch)
- [67] Wikipedia (2019) Guy Beaujouan. URL: [https://fr.wikipedia.org/wiki/Guy\\_Beaujouan](https://fr.wikipedia.org/wiki/Guy_Beaujouan)
- [68] Wikipedia (2019) Industrie 4.0. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Industrie\\_4.0](https://de.wikipedia.org/wiki/Industrie_4.0)
- [69] Wikipedia (2019) John Napier. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/John\\_Napier](https://de.wikipedia.org/wiki/John_Napier)
- [70] Wikipedia (2019) Künstliche Intelligenz. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Künstliche\\_Intelligenz](https://de.wikipedia.org/wiki/Künstliche_Intelligenz)
- [71] Wikipedia (2019) Kurt Gödel. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Kurt\\_Gödel](https://de.wikipedia.org/wiki/Kurt_Gödel)
- [72] Wikipedia (2019) Kurt Hensel. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Kurt\\_Hensel](https://de.wikipedia.org/wiki/Kurt_Hensel)
- [73] Wikipedia (2019) Leonardo Fibonacci. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo\\_Fibonacci](https://de.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci)
- [74] Wikipedia (2019) p-adische Zahl. URL: [https://de.wikipedia.org/wiki/P-adische\\_Zahl](https://de.wikipedia.org/wiki/P-adische_Zahl)

[75] Wikipedia (2019) Peter Scholze  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Peter\\_Scholze](https://de.wikipedia.org/wiki/Peter_Scholze)

[76] Wikipedia (2019) Stellenwertsystem. URL:  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Stellenwertsystem>

[77] Wolf A (1938) A history of science, technology, and philosophy in the eighteenth century. London 1938. Siehe Abschnitt „Calculating machines“ (S. 654–660)

[78] Wolf KW, Soppa J (2010) Nucleinsäuren, Chromatin und Chromosomen. In: Genetik – Taschenlehrbuch Biologie (Hrsg.: K. Munk). Georg Thieme, Stuttgart, New York

[79] Wußing H (2013) 6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise. I: Von den Anfängen bis Leibniz und Newton. Springer, Berlin/Heidelberg

[80] Ziegler GM (2011) Mathematikunterricht liefert Antworten: Auf welche Fragen? In: MDMV 19, S. 177. Walter de Gruyter, Berlin. URL:  
<http://www.math.ch/kanon/ziegler.pdf>