KIRCHLICHE
PÄDAGOGISCHE
HOCHSCHULE
WIEN/KREMS

MASTERARBEIT

Zwanzigeins

Eine empirisch-quantitative Untersuchung zur Zahleninversion in der zweiten Schulstufe

eingereicht von

Sabine Schmid, BEd

zur Erlangung des akademischen Grades

Master of Education (MEd)

Krems, Oktober 2023

Matrikelnummer/Student number:	01699017
Studienrichtung/Degree programme:	Lehramt im Bereich der Primarstufe
Betreuung/Supervisor:	Mag. Dr. Anita Summer, BEd

Danksagung

„Ich weiß immer nicht, wie ich die Zahl aussprechen soll.
Im Kopf habe ich sie sofort!“
(Ella, 8 Jahre)

Danke, liebe Ella, dass du das komplexe Thema meiner Masterarbeit so gut auf den Punkt gebracht hast und mich damit daran erinnert hast, warum wir Menschen uns monate- oft auch jahrelang auf die Suche nach den Antworten zu unseren Forschungsfragen machen.

Danke, liebe Juliane, dass du mir aufzeigst, dass es ganz viele Kinder gibt, die Freude an der Mathematik haben und gerne in Zahlen denken. Du zeigst mir damit, warum es so wichtig ist, möglichst vielen Kindern zu helfen, Mathematik zumindest nicht furchtbar zu finden und ihnen Erfolgserlebnisse zu geben.

Danke, lieber René, dass du darauf vertraust, dass ich meine gesteckten Ziele erreichen kann, auch wenn ich selbst gerade nicht daran glaube. Danke für deine unendliche Geduld und für die vielen Urlaubstage, die du alleine mit unseren Töchtern verbracht hast, damit ich an meiner Arbeit weiterschreiben kann.

Danke, liebe Mamas und Papas, lieber Tom, lieber Sebastian, liebe Birgit, liebe Johanna, liebe Maria, liebe Katharina, liebe Silvia, liebe Petra, lieber Christian, … für die viele Zeit, in der ich Gesprächsbedarf hatte, für das Korrekturlesen und das Interesse an dem, was ich da tue.

Danke, lieber Lukas, für die technische Hilfe, immer wenn es um die Zwanzigeins-App ging. Es ist eine tolle App geworden, die du in viel Freizeit erstellt hast.

Danke, lieber Peter, für den wissenschaftlichen Input die Planung der Studie und die Auswertung von Daten betreffend, wie ich ihn so noch nie erfahren habe. Danke für die Auswertung mit Stata 14, für dein Engagement zum Thema und deine extrem schnelle Reaktion auf Fragen.

UND DANKE, liebe Anita, dass du mit mir durch alle Höhen und Tiefen, die das Verfassen einer Masterarbeit mit sich bringen, gegangen bist und mir geholfen hast, meine Gedanken zu ordnen, wenn sie gar zu verworren waren. Auf mich Acht zu geben und eigene Grenzen wahrzunehmen, daran hast du mich erinnert und ich finde, das macht eine wahrlich gute Betreuerin aus: nicht nur fachlich kompetent zu sein, sondern auch mit Herz den Studierenden zur Seite zu stehen.

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den Problemfeldern des Mathematikunterrichts bis zum Ende der zweiten Schulstufe der Primarstufe. Ein besonderer Fokus wird dabei auf den Aufbau eines gefestigten Zahlbegriffes, die Erarbeitung des Stellenwertsystems und dessen Verständnisses sowie der Inversion von Zahlen gelegt. Dabei wird der Wichtigkeit der Sprache in der Mathematik, im Besonderen der deutschen Zahlwörter, Rechnung getragen. Die Inversion von Zahlen im deutschsprachigen Raum wird folgend historisch beleuchtet und ein Vergleich zu anderen Ländern und Sprachen wird erbracht. Förderliche Maßnahmen zur Erarbeitung des Stellenwertes und der Zahlenschreibweise werden ebenfalls thematisiert, bevor im Forschungsteil die Durchführung der experimentellen Panelstudie mit Cross-over beschrieben wird. Die Ergebnisse, die sich durch die Auswertung mit dem Statistikprogramm Stata 14 deutlich ablesen lassen, haben gezeigt, dass bei einer Sprechweise ohne Inversion (*zehneins*), Zahlen im Zahlenraum 11 - 99 schneller und fehlerfreier verschriftlicht werden können.

Summary

This paper deals with the problem areas of mathematics teaching up to the end of the second grade of primary school. A special focus is placed on the development of a solid number concept, the development of the place value system and its understanding as well as of the inversion of numbers. The importance of language in mathematics, especially German number words, is considered. The inversion of numbers in the German-speaking world is then examined historically and a comparison with other countries and languages is made. Supportive measures for the development of place value and number notation are also discussed before the experimental panel study with cross-over is described in the research section. The results, which can be clearly seen through the evaluation with the statistics programme Stata 14, have shown that numbers in the number range 11 - 99 can be written faster and without errors when speaking without inversion (ten-one).

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

1 Themenaufriss und Zielsetzungen

Da eines der wesentlichen Ziele des Mathematikunterrichts der Primarstufe das flexible, nicht zählende Rechnen ist, müssen die Voraussetzungen dafür klar sein und im Unterricht ein besonderer Fokus auf diese gelegt werden. Wissenschaftlicher Konsens besteht darüber, dass ein gefestigter Zahlbegriff und ein fundiertes Verständnis für Operationen zu den wesentlichen Einflussfaktoren für das flexible Rechnen gehören (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 73). Diese nötigen Voraussetzungen sind aber nicht alleine ausschlaggebend. Da das Lernen allgemein und somit auch das mathematische Lernen einerseits ein individueller Prozess und andererseits ein sozialer Prozess ist, der zum Aufbau von Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie dem Aufbau von Wissen führen soll, ist es unerlässlich, dass Lehrpersonen im Bereich der Diagnostik und Förderung kompetent sind (vgl. Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018, S. 4 f.; Schipper et al., 2019, S. 16 f.). Dazu bedarf es auf der einen Seite eines genauen Blickes auf den Lehrplan beziehungsweise auf die dazugehörigen Bildungsstandards mit ihren ausformulierten Kompetenzen, um den Ist-Stand der Kinder einordnen zu können und förderliche Maßnahmen zur Weiterentwicklung und Erreichung der jeweiligen Kompetenzen planen zu können. Es gilt aber auf der anderen Seite auch, sich von vornherein bewusst zu sein, welche Problemfelder, welche Hürden, Stolpersteine oder, positiv formuliert, welche Meilensteine, in der jeweiligen Schulstufe zu erwarten sind und so mögliche Schwierigkeiten vorab zu entschärfen (Schipper et al., 2015a, S. 14).

Der Tatsache, dass ein gefestigter Zahlbegriff, wie eingangs bereits angemerkt, eine wesentliche Voraussetzung für weiteres mathematisches Lernen darstellt, trägt der Lehrplan, auch in seiner neuesten Fassung vom Jänner 2023, konkret Rechnung, wenn er davon spricht, dass ein tragfähiges Zahlverständnis aufgebaut werden muss und eine Ablösung vom zählenden Rechnen einen Hauptschwerpunkt darstellt. Weiters liegt ein Fokus auf dem dezimalen Stellenwertsystem. Es soll hier einerseits ein Verständnis für den dekadischen Aufbau, aber auch für die Vorteile, die dieses System bietet, geschaffen werden. Es wird dabei der Einsatz von strukturiertem Material bei der Erarbeitung und Festigung gefordert. Laut Lehrplan müssen die Zahlen geschrieben, gelesen, dargestellt, zerlegt, verglichen, geordnet und vielfältig genutzt werden können. Als weiterer Schwerpunkt bis zum Ende der zweiten Schulstufe wird die Erarbeitung der Operationsbegriffe verstanden, wobei auch hier explizit darauf hingewiesen wird, dass dies nur in enger Beziehung mit der Entwicklung des Zahlenverständnisses zu sehen ist. Auch die sprachliche Komponente wird besonders betont, wenn davon die Rede ist, dass Mathematik als Sprache zum Austausch und um sich auszudrücken zu verwenden ist (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 71 ff.). Die Kompetenzmodelle und Bereiche, welche bereits in den Bildungsstandards für

Mathematik formuliert wurden, finden ihren Niederschlag im Lehrplan. Hier können das Strukturieren von Zahlen, das sachgerechte Nutzen von mathematischen Begriffen und Zeichen sowohl in gesprochener Sprache, als auch in geschriebener Sprache und das Lesen und Darstellen von Zahlen sowie das Orientieren im Zahlenraum als wesentliche Kompetenzen genannt werden (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung, 2011, S. 17). Wie auch schon im zuvor gültigen Lehrplan, der stufenweise ab dem Schuljahr 2023/24 ausläuft, wird die Aufarbeitung der unterschiedlichen Schreib- und Sprechweise der Zahlen in der neuen Fassung des Lehrplanes dezidiert gefordert und mit dem Begriff Zehner-Einer-Inversion beschrieben (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 73)
Diese klar formulierten Verweise, in unterschiedlichen Quellen, zeigen bereits, dass es sich bei dem Erfassen des Zahlbegriffes in schriftlicher und mündlicher Form um einen Meilenstein der mathematischen Entwicklung handelt, der besondere Beachtung finden muss. Für viele Erwachsene stellt die gebräuchliche Sprech- und Schreibweise der Zahlen im Deutschen keine Schwierigkeit dar, da sie über Jahre und Jahrzehnte eingeübt und gefestigt wurde. Rein objektiv betrachtet, steht in der deutschen Sprache aber eine schlüssige, dem dekadischen System geschuldete Zahlenschreibweise eine dieser Schreibweise nicht folgende Sprechweise gegenüber. Während die Schreibweise von Zahlen durch das Verwenden der arabischen Ziffern weltweit fast vollständig identisch ist, weicht die Sprechweise in einigen wenigen Sprachen vom Schreibduktus ab, so wie das im Deutschen der Fall ist (Schipper et al., 2015a, S. 106). Gaidoschik (2021) spricht in diesem Zusammenhang sogar „von der Dummheit der deutschen Sprache beim Sprechen zweistelliger Zahlen“ (S. 172).

Unter anderem im Holländischen, Dänischen und eben in der deutschen Sprache werden Zahlen also verdreht ausgesprochen. Es wird zuerst die Einerstelle genannt und danach erst die Zehnerstelle. Geschrieben wird jedoch zuerst die Zehnerstelle und danach die Einerstelle. Wie sich im Wörterbuch des Langenscheidt-Verlags nachlesen lässt, findet im Dänischen in der Geschäfts-, Bank- und Postsprache auch eine unverdrehte Form Verwendung (Andresen et al., 2013, S. 1002 f.). Dies lässt auf ein Bewusstsein für die vorhandene Problematik der invers ausgesprochenen Zahlwörter schließen. Für das Erlernen der Zahlwörter stellt dieses Faktum sowohl die Schüler*innen mit Deutsch als Erstsprache, als auch – und dies in einem noch größeren Ausmaß – Schüler*innen mit einer anderen Erstsprache vor eine unnötige Herausforderung (Gerritzen, 2008, S. 10). Umgekehrt ist anzunehmen, dass eine geänderte Zahlensprechweise für Menschen mit Deutsch als Erstsprache beim Erlernen anderer Sprachen hilfreich sein könnte (Schuppener, 2014, S. 16). Bei den meisten europäischen Sprachen stimmen Sprechweise und Schreibweise überein. Der Stellenwert wird auch verbal klar wahrnehmbar

(Eckstein, 2020, S. 29). Diese Tatsache führt zur Annahme, dass deutschsprechende Schüler*innen dadurch Nachteile im mathematischen Denken und Tun haben, wie dies auch in Studien belegt wird. Auf diesbezügliche Studien wird im Kapitel 5 noch näher eingegangen, jedoch kann vorweg bereits festgehalten werden, dass generell das Forschungsinteresse Sprache und mathematische Entwicklung betreffend, in den letzten Jahren zugenommen hat. Studien, die sich mit der Thematik befassen, konnten eindeutig belegen, dass die mathematischen Leistungen von sprachspezifischen Merkmalen beeinflusst werden. Dabei wurden in den Forschungen immer wieder Vergleiche gezogen zwischen Mathematikleistungen von westlichen und asiatischen Kindern und dabei ein Fokus auf die sprachlichen und kulturellen Hintergründe gelegt. Es zeigten sich klare Unterschiede in den Leistungen, die zugunsten der asiatischen Länder ausfielen. Dabei war nicht nur ein Leistungsvorsprung bei Additions- und Subtraktionsaufgaben ersichtlich, sondern auch bei basalen mathematischen Aufgaben, wie dem Zählen und dem Stellenwertverständnis (Dowker & Nuerk, 2016, S. 7 f.).

Ein Vergleich mit der japanischen Sprech- und Schreibweise zeigt zum Beispiel klar auf, dass Japanisch sprechende Kinder weniger Fehler bei Zahlendiktaten machen als gleichaltrige deutschsprachige Kinder. Als ein wesentlicher Grund dafür werden die höhere Eindeutigkeit und Klarheit des japanischen Zahlwortsystems gesehen. Die Stellenwertstruktur spiegelt sich in der Sprache konsequent wider. Es zeigt sich auch, dass die meisten Fehler der Deutsch sprechenden Kinder beim Übertragen von gehörten Zahlen in geschriebene Ziffernfolgen Inversionsfehler waren. Die Verfasser der Studie gehen daher davon aus, dass das deutsche Zahlwortsystem, mit seiner spezifischen Sprechweise, das Erlernen der Schreibweise der arabischen Zahlen verkompliziert. Die Transkodierungsleistung deutschsprachiger Kinder ist stark durch die sprachliche Umkehrung von Zehnern und Einern im Vergleich zur Reihenfolge der Schreibweise, beeinflusst. Es konnte in einer anderen Studie von Zuber et al. (2009) belegt werden, dass die Hälfte der Transkodierungsfehler von Deutsch sprechenden Kindern einer ersten Schulstufe auf die Zahleninversion zurückzuführen ist. Diese Fehler fielen bei Transkodierungsstudien mit Sprachen ohne Inversion weg. Die aktuelle Forschung konnte ebenfalls nachweisen, dass Kinder, die in der ersten Schulstufe mehr Transkodierungsfehler auf Grund der Zahleninversion im deutschen Zahlwortsystem machten, auch besondere Probleme in höheren Schulstufen hatten, wenn es um Aufgaben ging, die ein Verständnis für den Stellenwert voraussetzten, wie zum Beispiel Additionsaufgaben mit Übertrag. Es lassen sich insgesamt schlechtere Leistungen in Mathematik zu einem Teil auf Schwierigkeiten beim Transkodierungsprozess zurückführen. Zusammenfassend weist der aktuelle Forschungsstand darauf hin, dass der Erwerb eines gesicherten Stellenwertverständnisses für Kinder, deren Sprache ein

Zahlwortsystem aufweist, welches Zahlen intransparent darstellt, erschwert ist. Da ein gesichertes Stellenwertverständnis jedoch als wesentlicher Einflussfaktor auf spätere mathematische Leistungen zu sehen ist, bedarf es einer bewussten Aufarbeitung im Unterricht der Primarstufe (Moeller et al., 2015).

Ein weiterer Hinweis dafür, dass die Verschriftlichung von Zahlen im Deutschen eine Erschwernis darstellt, ist die Tatsache, dass bei der Niederschrift von Kindern, aber auch von Erwachsenen, eine Lücke gelassen wird, um rechts beginnend zuerst die Einerstelle aufzuschreiben, welche folgerichtig auch zuerst zu hören ist. Dies steht jedoch im Gegensatz zur gewohnten Schreibrichtung bei der von links beginnend nach rechts geschrieben wird. Vor allem Schüler*innen mit Problemen im Unterrichtsgegenstand Mathematik neigen zu dieser Form der Zahlenschreibung. Besonders unübersichtlich und fehleranfällig wird die Schreibweise, bei welcher mit der Lücke gearbeitet wird, bei drei- und mehrstelligen Zahlen. Grund hierfür ist, neben der nicht vorhandenen Kompatibilität zwischen Sprechen und Schreiben, oft ein unsicheres Stellenwertverständnis. Hier wird wieder ersichtlich, dass ein gesichertes Stellenwertverständnis ein unerlässliches Lernziel in der Primarstufe darstellen muss, da es Basis für ein tieferes mathematisches Verständnis ist, auf welches weiterführend aufgebaut wird. (Eckstein, 2020, S. 10). Weiterführend ist das Schreiben auf Lücke ein wesentliches Problem, wenn sowohl im späteren unterrichtlichen Geschehen als auch in der Arbeitswelt mit digitalen Geräten wie Handy, Laptop oder Tablet gearbeitet wird. Bei all diesen Geräten ist es nicht möglich, eine Lücke zu lassen. Die verfestigte Lückenschreibweise kann dann zu Fehlern führen.

Aber nicht nur im Mathematikunterricht führt die inverse Sprechweise von Zahlen zu Problemen. Über die Schulzeit hinaus kann auch von einem wirtschaftlichen Schaden, der durch das Verdrehen von Zahlen entsteht, ausgegangen werden. Es gibt noch keine statistischen Erhebungen, wie hoch diese wirtschaftlichen Verluste sind, die aus der Problematik des Vertauschens der Stellenwerte resultieren (Eckstein, 2020, S. 25). Schäden können in der Wirtschaft und dabei in den unterschiedlichsten Bereichen eines Unternehmens entstehen. Es werden zum Beispiel falsche Stückzahlen geordert, was wiederum zu einem zu niedrigen Lagerbestand oder zu einem Warenüberhang führt. Auch die Farbe oder andere Eigenschaften von Artikeln werden oft als Ziffernfolge angegeben. Dies kann also bei einer Verdrehung der Zahlen zu entsprechenden Fehlern führen. Ein weiteres Beispiel stellen Fehler in Statistiken dar. Hier können Zahlendreher dazu führen, dass Planzahlen für die nächste Geschäftsperiode zu hoch oder zu niedrig angesetzt werden. Die fortschreitende Globalisierung verstärkt die Problematik. Menschen mit einer anderen Erstsprache als Deutsch, die für deutschsprachige Unternehmen im In- und Ausland arbeiten, stehen vor einer zusätzlichen Herausforderung, wenn es zum Beispiel um das Notieren von Zahlen in einem Telefonat geht (Lößlein, 2008, S. 143 f.).

Neben den nun dargestellten schulischen und möglichen außerschulischen Problemfeldern ist des Weiteren beachtlich, dass die Debatte über das Schriftbild von Zahlen und die dazu unpassende Sprechweise nicht erst Gegenstand jüngerer Diskussion ist, sondern dass bereits vom Rechenmeister und Rechtsgelehrten Jakob Köbel vor 500 Jahren angedacht wurde, die verdrehte Verbalisation durch eine unverdrehte Sprechweise zu ersetzen. Da in dieser Zeit die Einführung der arabischen Ziffern jedoch bereits brisant genug war, wurde auf Köbels Einwand nicht geachtet. Wie sich im Folgenden zeigen wird, gab es im Laufe der Zeit noch weitere Versuche die unverdrehte Zahlensprechweise einzuführen, die jedoch an politischen Widerständen scheiterten (Gerritzen, 2008, S. 18). Die geschichtliche Entwicklung der zugrundeliegenden Zahlen und Zahlwörter wird in Kapitel 3 nähere Beleuchtung finden.

Wie wichtig die Sprache gerade auch für die Mathematik ist, zeigt sich nicht nur in der langanhaltenden Diskussion über die Zahlwörter, sondern auch bei der Erarbeitung des Stellenwertes und natürlich in vielen weiteren mathematischen Bereichen. Es wird daher Teil dieser Arbeit sein, die Relevanz der Sprache generell und die bestehenden Möglichkeiten, die Sprache in den fokussierten Bereichen zur Förderung bietet, aufzuzeigen.

Zusammenfassend kann nicht von der Hand gewiesen werden, dass die deutsche Sprechweise einen unnötigen Stolperstein in der ohnehin komplexen Lernwelt des Mathematikunterrichts der Primarstufe darstellt. Der Lehrplan setzt mit dem Schwerpunkt auf das flexible Rechnen, welches durch das Erarbeiten, Aufbauen und Festigen des Verständnisses für Zahlen aber auch für Operationen erlangt werden soll, um sich so vom zählenden Rechnen loszulösen, ein klares Zeichen in Richtung Sensibilisierung für das Thema (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 71 ff.). Kinder, die es nicht oder nur teilweise schaffen, sich vom zählenden Rechnen hin zu einem flexiblen Rechnen abzulösen, zeigen häufig Probleme im Verständnis für das dekadische Stellenwertsystem. Diese Probleme, die sich vor allem in der Unterscheidung von Zehnern und Einern zeigen, werden durch die inverse Sprechweise noch verschärft und das Verstehen dadurch erschwert (Gaidoschik, 2021, S. 164 ff.).

Es stellt sich nun im Hinblick auf die langjährige Diskussion, die Betrachtung der aktuellen Forschungsergebnisse, die klaren Forderungen der Lehrpläne und Bildungsstandards, die vorhandenen Probleme im schulischen Kontext und auf die über den schulischen Bereich hinaus zu erwartenden weiteren Effekte folgende Forschungsfrage:

*Können Schüler*innen bei einer Schreibung der Zahlen, die mit der Sprechweise hinsichtlich des Stellenwertes übereinstimmt, Zahlen schneller und fehlerfreier verschriftlichen?*

Das Ziel der Arbeit ist es somit durch Mittel der quantitativen Forschung die im Folgenden generierten empirischen Hypothesen zu überprüfen.

H1: Es besteht ein Unterschied in der Geschwindigkeit und Fehlerhäufigkeit beim Transkodieren von Zahlen zwischen einer stellenwertgerechten Sprechweise und der im deutschen Sprachraum üblichen inversen Sprechweise in einem Zahlendiktat.

H0: Es besteht kein Unterschied in der Geschwindigkeit und Fehlerhäufigkeit beim Transkodieren von Zahlen zwischen einer stellenwertgerechten Sprechweise und der im deutschen Sprachraum üblichen inversen Sprechweise in einem Zahlendiktat.

Angesichts der beschriebenen Problemlage und um aus dieser heraus die Hypothesen zu prüfen und die Forschungsfrage beantworten zu können, wird sich die vorliegende Arbeit wie nachfolgend beschrieben aufbauen:

Im anschließenden Kapitel werden die rechtlichen Grundlagen, die sich aus dem Lehrplan und den Bildungsstandards für die Forschungsarbeit ergeben, näher beleuchtet und wesentliche Begrifflichkeiten, die in der gesamten Arbeit Anwendung finden, definiert. Im darauffolgenden Kapitel wird näher auf die Bildung der deutschen Zahlwörter eingegangen, wobei sowohl geschichtliche Aspekte als auch Vergleiche mit anderen Ländern aufgeführt werden. Auf dieser Basis werden die relevanten Themenfelder und Inhalte des Mathematikunterrichts der ersten beiden Schulstufen entlang der aktuellen Literatur herausgearbeitet, um danach den Fokus auf das Erlernen von Zahlwörtern und die Erarbeitung des Stellenwertverständnisses zu legen. Immer wird dabei auch der Versuch unternommen, förderliche Maßnahmen im Unterrichtsgeschehen aufzuzeigen, wie sie die aktuelle Fachdidaktik beschreibt. Eingeleitet wird die empirisch quantitative Studie durch die Darstellung des aktuellen Forschungsstandes und eventueller Lücken in der Forschung. Das Forschungsdesign und die Durchführung der empirischen Untersuchung, welche der Prüfung der Hypothesen dient, sowie die Präsentation der Ergebnisse und deren Diskussion bilden den Abschluss der Arbeit.

Um die Hypothesen zu prüfen und die Forschungsfrage zu beantworten, bedarf es Wissens, welches auf Basis aktueller Literatur generiert wurde. Vor allem einschlägige Literatur aus dem Bereich der Mathematikdidaktik, sowie Forschungsberichte und Studien werden dazu herangezogen und zur wissenschaftlichen Erhellung miteinander verglichen. Zentrale Begriffe, die der Klärung bedurften, sind die Begriffe des Zahlwortsystems, der Zahleninversion, der Transkodierung und des Stellenwertsystems. Die Zahleninversion als wesentliches Forschungsinteresse findet dabei besondere Behandlung. Das Feld wurde auf dieser Grundlage mit Hilfe der empirischen quantitativen Forschung erschlossen. Das Zahlendiktat und die Datenerhebung erfolgten mittels der von Herrn Lukas Glowania programmierten Zwanzigeins-App. Diese App, die frei zugänglich auf der Startseite der Homepage des gemeinnützigen Vereins Zwanzigeins e. V. zur Verfügung steht (Zwanzigeins e.V., 2023b) leistet Folgendes: Sie zieht zufällig eine wählbare Anzahl von Zahlen aus einem vorgebbaren Zahlenbereich, diktiert diese Zahlen nach Wunsch in stellenwertgerechter oder traditionell verdrehter Sprechweise, misst und dokumentiert die Dauer und Fehleranzahl bei der digitalen Eingabe und stellt eine detaillierte Exportdatei zur Verarbeitung zur Verfügung. Mithilfe dieser App werden Schüler*innen der zweiten Schulstufe hinsichtlich ihrer Transkodierungsfähigkeit bei unterschiedlicher verbaler Zahldarstellung untersucht. Ziel ist es wissenschaftliche Erkenntnisse darüber zu gewinnen, ob eine nicht invertierte Sprechweise der Zahlen ein fehlerfreieres und schnelleres Schreiben von Zahlen ermöglicht und so weniger Kapazität des Kurzspeichers belegt, der schon wieder für weitere mathematische Schritte genutzt werden könnte. Zudem soll Kindern geholfen werden können, die in diesem Zusammenhang eindeutige Probleme aufweisen. Die von der App exportierten Daten werden anschließend mit dem Tabellenkalkulationsprogramm Excel aufbereitet und dann mit dem Statistikprogramm Stata 14 durch Herrn PD Dr. rer. medic. Peter Morfeld, Vorsitzender Zwanzigeins e.V. und als Mathematiker und Epidemiologe tätig in Projekten an der Universität Köln und der Ruhr-Universität Bochum (https://www.researchgate.net/profile/Peter-Morfeld), in pseudonymisierter Form quantitativ ausgewertet, um die Forschungsfragen beantworten und die Hypothesen prüfen zu können. Abschießend erfolgen die Diskussion und die Zusammenfassung.

Für die vorliegende Arbeit können eindeutige Grenzen definiert werden. Es wird klar ersichtlich, dass die Themengebiete alleine im Bereich der Arithmetik bis zum Ende der zweiten Schulstufe immens umfangreich sind. Der österreichische Lehrplan und die zu erreichenden Kompetenzen sind dafür Beleg. Darum wird lediglich ein Überblick über die wichtigsten Bereiche, die Relevanz für diese Arbeit haben und die die Basis für das weiterführende Lernen darstellen, gegeben, um das zentrale Thema in seinem fachlichen Umfeld einzubetten und Verbindungen sinnvoll herstellen zu können. Der Fokus der Arbeit liegt jedoch auf den Problemfeldern der Zahleninversion und der Transkodierung, sowie dem Aufbau des Stellenwertverständnisses. Grenzen, die sich in Bezug auf die praktische Umsetzung im pädagogischen Alltag zeigten, sind sicher auch im Fehlen oder zumindest in der unzureichenden Behandlung der Thematik in Schulbüchern zu sehen (Gaidoschik, 2021, S. 165). Einer wissenschaftlichen Überprüfung sollte die Annahme unterzogen werden, dass viele Lehrkräfte der Thematik zu wenig Beachtung schenken.

2 Grundlagen und Begriffsbestimmungen

Um dem Forschungsschwerpunkt aus theoretischer Sicht gerecht zu werden, bedarf es des Blickes aus unterschiedlichen Perspektiven auf das Themengebiet. Es finden sich zahlreiche Verknüpfungen zu verschiedensten Fachbereichen und es wäre somit zu kurz gegriffen, die Thematik nur aus mathematikdidaktischer Sicht zu sehen. Natürlich soll auf diese der Fokus gelegt werden, da es gerade aber auch um die Zahlwörter geht, kann und darf sowohl ein in diesem Kapitel folgender sprachwissenschaftlicher als auch ein psychologischer Zugang, wie er durch die Forschungsergebnisse in Kapitel 5 sichtbar wird, nicht ausgeklammert bleiben.

Von Seiten der Sprachwissenschaft sind zum Thema Zahleninversion im Deutschen viele Beiträge sehr alt, was auf zwei mögliche Gründe schließen lässt: Einerseits könnte es ein geringes Interesse am Forschungsgebiet geben, andererseits könnte es sich um ein Forschungsdefizit handeln, ein Thema also, dem aus sprachwissenschaftlicher Sicht zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt wurde (Schuppener, 2014, S. 13). Als Grundlage und zum besseren Verständnis wird die Definition von Begriffen, die häufig Verwendung finden, vorangestellt, um dann im nächsten Kapitel die zuvor überblicksmäßig bereits genannten Inhalte des Lehrplans und der Bildungsstandards genauer zu beleuchten und auf den Forschungsinhalt hin zu beziehen.

2.1 Zahlwortsysteme

Jedem Zahlwortsystem liegt ein Zahlensystem zu Grunde, welches auf eine arithmetische Basis gestützt ist. Diese Basis ist jener Zahlenwert, auf den die Operationen angewendet werden, aus denen sich schlussendlich die Zahlwörter ergeben. An einem Beispiel erklärt stellt sich dies für die Zahl 53 (als Zahlwort ausgedrückt *dreiundfünfzig*) wie folgt dar: Die Basis 10 wird in der deutschen Sprache in diesem Fall durch das Suffix *–zig* dargestellt. Diese Basis wird mit 5 multipliziert (*fünf-zig*) und es wird 3 addiert (*dreiund*). Die Basis ist nicht in allen Sprachen gleich durchgängig erkennbar wie in diesem Beispiel. Wobei auch im Deutschen vom genannten Suffix *–zig* einmal abgewichen wird, und zwar bei dem Zahlwort für 30 (*drei-ßig*). Am häufigsten finden die Operationen Addition und Multiplikation Anwendung, aber auch Subtraktion, und die Division in Form eines Bruches sind Möglichkeiten wie in Zusammenhang mit der Basis verfahren wird. Im Walisischen wird zum Beispiel die Zahl 50 als halbes Hundert versprachlicht (*hanner cant*). Auch die Potenzierung der Basis stellt eine Möglichkeit dar. Es gibt einige Sprachen, die verschiedenen Basen verwenden. Meist sind dies dann zwei oder drei unterschiedlichen Basen, eher selten sind auch vier Basen zu bemerken. Als Beispiel für eine zweibasige Sprache soll hier die georgische Sprache herangezogen werden. Die Zahlen von 11 - 19 werden mit dezimalem Bezug gebildet, danach werden die Zahlen von 21 bis 99 mit einer vigesimalen

Basis, also der Basis 20, verwirklicht, um dann bei den Zahlen über 100 wieder vom dezimalen System Gebrauch zu machen (Comrie, 2005, S. 207 ff.). Wesentlich ist auch, dass es große Unterschiede zwischen den verschiedenen Sprachen gibt, wenn es um die verbalen Strukturen des Zahlwortsystems geht. Als transparent gilt ein Zahlwortsystem dann, wenn die verbalen Strukturen dem schriftlichen Stellenwertsystem entsprechen, es also gleichsam abbilden (Klein et al., 2013).

Eine besondere Form, die hier noch Erwähnung finden soll, ist der Ausdruck für die Zahl 56 im zapotekischen Zahlensystem, welches von einem Teil der mexikanischen Urbevölkerung, den Zapoteken, verwendet wird. Sie drücken die Zahl 56 als (60 – 5) + 1 aus. Die Bedeutung in Worten wäre „mit einer weiteren 5 wird es 60 sein, dann füge 1 hinzu“ (Comrie, 2005, S. 219).

Eine ganz andere Art von Zahlwortsystem ist das Körperteilesystem. Hierbei werden einzelnen Körperteilen Zahlen zugeordnet. Die Zahl wird folglich mit diesem Körperteilnamen benannt oder es wird nur auf den Körperteil hingezeigt, um die Zahl auszudrücken. Es gibt auch eine Verschränkung beider Möglichkeiten. Dabei wird auf der linken Seite des Körpers begonnen und rechts fortgefahren. Der Weg von der linken zur rechten Seite kann dabei auch Ausdruck für eine Zahl sein. Zu finden ist dieses System zum Beispiel im Hochland von Neuguinea (Comrie, 2005, S. 215).

Die Schwelle beim Zählvorgang mit der Basis 10 ist, global gesehen, das am meisten verwendete Zählsystem (vgl. Comrie, 2005, S. 210; Schuppener, 2014, S. 33). Im indoeuropäischen Sprachgebiet finden sich lediglich in der französischen und dänischen Sprache Reste, die auf die Zählbasis 20 hinweisen, bei ansonsten ebenfalls dezimalem Vorgehen. Andere Sprachen und Sprachfamilien zeigen Schwellen bei den Zählsystemen und Zahlwortsystemen von zum Beispiel 5 und 15, wobei hier der Zusammenhang zur menschlichen Hand mit ihren Fingern gegeben bleibt. Ebenfalls lassen sich gänzlich anders gebildete Zählsysteme und daraus folgend Zahlwortsysteme finden, welche mit Basen wie 2, 3, 4, 6, 8 oder 12 operieren. Wie nun ein solches Zahlwortsystem entsteht, lässt sich auf zwei mögliche Ursachen zurückführen, wobei ungeklärt bleibt, welche zutreffender ist. Die eine Entstehungstheorie geht davon aus, dass die Zahlwörter und Zahlen Ergebnis des Weiterzählvorganges sind. Eine andere Theorie sieht im grammatischen Bau von frühen Zahlwörtern im Indogermanischen mögliche Wurzeln. Es ist davon auszugehen, dass zu Beginn die Zahlwörter von 1 bis 4 genutzt wurden, dann auf 5 erweitert wurde und sich in einem nächsten Schritt Zahlwörter für Zehnerzahlen, Hunderterzahlen und Tausenderzahlen etablierten. Eventuell erst danach fanden Verfeinerungen im Sinne der Einführung von höheren Einerzahlwörtern statt (Schuppener, 2014, S. 33 ff.).

Die Zahlzusammensetzung im Zahlwortsystem der deutschen Sprache erfolgt durch Addition und Multiplikation. Bei der Zahl 243 würde dieser Additionsprozess so zu sehen sein: 200 + 43. Bei der Zahl 500 würde die Multiplikation $5 \cdot 100$ schlagend werden. Fehlt das Verständnis für diese Zusammensetzungen so könnte die Zahl 243 wie folgt verschriftlicht werden 20043 und die Zahl 500 könnte sich folgendermaßen darstellen: 5100. Ein Inversionsfehler bei der Zahl 56 würde sich als 65 zeigen (Zuber et al., 2009, S. 66 f.).

2.2 Die Zahlwörter im Deutschen

In diesem Punkt wird versucht, in einer Verschmelzung von sprachwissenschaftlichen und mathematikdidaktischen Zugängen, die Numeralia zu definieren. Es gilt dabei die unterschiedlichen Kategorien und Aspekte von Zahlwörtern zu beleuchten.

2.2.1 Kardinalia

Die Kardinalia oder auch Grundzahlwörter bezeichnen die kardinal gebrauchten Zahlwörter eins, zwei, drei, …. Sie geben mathematisch gesehen Mengen an. Das Zahlwort gibt also die Gesamtheit der Objekte einer Menge an. Es entspricht dies der Beantwortung der Frage „Wie viele?“ (vgl. Hasemann & Gasteiger, 2020, S. 9 f.; Krauthausen, 2018, S. 44).

2.2.2 Ordinalia

Die Ordnungszahlwörter geben die Möglichkeit, Reihenfolgen in folgender Form zu erstellen: der/die/das Fünfte, …. Im mathematischen Ordnungszahlaspekt gibt das Ordnungszahlwort sowohl als Ordnungszahl den Platz in einer strukturierten Anordnung der Zahlen an, als auch als Zählzahl die Reihenfolge der natürlichen Zahlen, die zum Rückwärtszählen und Weiterzählen verwendet wird (vgl. Hasemann & Gasteiger, 2020, S. 9 f.; Krauthausen, 2018, S. 44).

2.2.3 Multiplikativa

Die Multiplikativa sind Zahlwörter, die die Vervielfachung angeben. Sie werden daher auch Vervielfachungszahlwörter genannt. Einfach, zweifach, dreifach, … sind Beispiele dafür (Schuppener, 2014, S. 7).

2.2.4 Iterativa

In engem mathematischen Zusammenhang zu den Multiplikativa stehen die Iterativa, die Wiederholungszahlwörter einmal, zweimal, …. Als Operatoraspekt im mathematischen Zusammenhang bezeichnen sie das x-fache Vorkommen oder das x-fache eines Vorgehens. Es geht also unter anderem um das Wiederholen einer Handlung. Sie sind die Antwort auf die Frage „Wie oft?“ (Schuppener, 2014, S. 7).

2.2.5 Weitere Kategorien von Zahlwörtern

Der Vollständigkeit halber können noch folgende Zahlwörter angegeben werden, die aber für die Arbeit nur geringe oder keine Relevanz haben. Einteilungszahlwörter sind Wörter, die auch als Folgezahlwörter benannt aufscheinen, wie erstens, zweitens, drittens, …. Sie werden oft auch mit den Ordnungszahlwörtern gleichgesetzt. Distributiva werden auch Verteilungszahlwörter genannt und stellen sich wie folgt dar: je ein, je zwei, je drei, …. Spezialia sind die Gattungszahlwörter wie einerlei, zweierlei, … . Partitiva werden im Deutschen als Bruchzahlworte oder Teilungszahlworte bezeichnet. Ein Drittel, Ganzes, die Hälfte sind Beispiele dafür. Kollektiva sind die Sammelzahlwörter wie zum Beispiel ein Dutzend. Sozialzahlwörter oder Gesellschaftszahlwörter sind der Überbegriff für Worte wie alleine, zu viert, zu fünft, …. Zeitzahlwörter beziehen einen zeitlichen Zusammenhang ein. Abschließend seien noch die unbestimmten Zahlwörter, die Indefinitnumeralia wie manchmal, einige, etwas, ein bisschen, … erwähnt (Schuppener, 2014, S. 7). In der vorliegenden Arbeit sind, wenn von Zahlwörtern die Rede ist, die Kardinalia und/oder Ordinalia gemeint, wobei auf deren Bildung im nächsten Kapitel noch näher eingegangen wird.

2.2.6 Version der verwendeten stellenwertgerechten Sprechweise *zehneins*

Zwanzigeins e.V. hat ein Positionspapier erstellt, in dem zu allen üblichen Zahlwortverwendungen im Deutschen ein konsistenter Vorschlag zur stellenwertgerechten Sprechweise entwickelt ist, der keine Kollision mit der traditionellen, verdrehten Sprechweise aufweist. Es werden von Zwanzigeins e.V. unterschiedliche Möglichkeiten der Umsetzung dargelegt, diskutiert und bewertet. In dem Positionspapier wird als bevorzugte stellenwertgerechte Sprechweise die Version *zehneins* ausführlich besprochen und diese Zahlensprechweise wird auch in dieser Untersuchung als die stellenwertgerechte Zahlwortversion gewählt. Die Zwanzigeins-App bietet drei weitere unverdrehte Optionen an. Mit Hilfe der Zahlen 11, 14, 21, 30, 46 und 123 kann diese Sprechweise *zehneins* wie folgt angedeutet werden: zehneins, zehnvier, zwanzigeins, dreißig, vierzigsechs und hundertzwanzigdrei (Zwanzigeins e.V., 2023a).

2.3 Die Transkodierung

Der Transkodierungsprozess ist eine basale Funktion, wenn es um die Verarbeitung von Zahlen geht. Eingesetzt wird er, wenn das Entschlüsseln von Zahldarstellungen in verbaler Form gefordert ist (Zuber et al., 2009, S. 60). Der Begriff der Transkodierung meint dabei die Tätigkeit der Übersetzung von Zahlen von einer Form in eine andere. Bei einem Zahlendiktat werden zum Beispiel gehörte Zahlen, also verbal dargebrachte Zahlworte in arabische Ziffernfolgen dem Stellenwert entsprechend umgewandelt, also transkodiert (Prior et al., 2015, S. 2). Wird eine schriftlich festgehaltene Zahl in arabischer Schreibweise, also den arabischen Zahlzeichen, laut gelesen, so erfolgt hier die Transkodierung der geschriebenen arabischen Zahl in ein gesprochenes Zahlwort (Zuber et al., 2009, S. 61). Es lassen sich insgesamt drei Arten von numerischen Repräsentationsformen unterscheiden, die Transkodierungsleistungen verlangen. Dies sind erstens die Zahlwörter, welche in verbal gebrauchter Form, also in gesprochener Sprache am häufigsten vorkommen, jedoch auch schriftsprachlich Verwendung finden können, wenn Zahlworte in Texten ausgeschrieben werden. Eine weitere Repräsentationsform stellt die Ziffer als schriftliche Darstellung numerischer Werte dar und als letzte Form lassen sich die Größendarstellungen nennen, die sich zum Bespiel bei Strichlisten mit Fünferbündelung zeigen (Hüttemann, 1998, S. 25 f.). Die erforderlichen Transkodierungsleistungen, die durch die Diskrepanz zwischen Sprache und Schrift notwendig werden, können das Arbeitsgedächtnis belasten beziehungsweise überfordern, gerade wenn das Sprachsystem eine inverse Zahlsprechweise verwendet. Allein durch die notwendige Umstellung der Zahlen beim Transkodierungsvorgang, wird mehr Arbeitsspeicher benötigt, als dies bei nicht invertierenden Sprachen der Fall ist. Dieser Tatsache wurde bis jetzt im Bereich der Forschung noch wenig Beachtung geschenkt (Zuber et al., 2009, S. 75). Auch gängige Transkodierungsmodelle, die entwickelt wurden, um die Leistung beim Transkodierungsprozess von Kindern zu einem bestimmten Zeitpunkt in ihrer Entwicklung zu messen, bezogen einerseits das Arbeitsgedächtnis in ihre Überlegungen nicht mit ein und andererseits wurden die Unterschiedlichkeiten verschiedener Zahlsysteme nicht ausreichend berücksichtigt. Die Inversion als struktureller Unterschied wird zum Beispiel nicht erfasst. Einzig das ADAPT-Modell von Barrouillet et al. (2004) stellt in Bezug auf kognitive Speicherprozesse eine Ausnahme dar. Gerade bei der Transkodierung von mehrstelligen Zahlen in Sprachen mit Inversion sind Speicherprozesse wesentliche zu beachtende Faktoren, denen bis jetzt zu wenig Beachtung geschenkt wurde (Zuber et al., 2009, S. 62 f.). Zuber et al. (2009) konnten in ihrer Studie belegen, dass die Eigenheiten eines Zahlwortsystems, das durch invers gebrauchte Zahlworte geprägt ist, das Erlernen von numerischen Kompetenzen erschweren kann. Dabei zeigten sich größere Nachteile für Kinder mit einer geringeren Kapazität des Arbeitsgedächtnisses (Zuber et al., 2009, S. 75 f.). Dies betrifft folglich auch das stellenwertgerechte Aufschreiben von Zahlen. Wird beim Hören einer Zahl zuerst die Einerstelle genannt und dann erst die Zehnerstelle, so braucht die nötige Transkodierungsleistung Zeit, so die Annahme dieser Arbeit, die im Forschungsteil ihre Überprüfung finden wird. Gerster & Schultz (2004) gehen davon aus, dass Transkodierungsfehler öfter beim Rechnen auftreten, als beim bloßen Aufschreiben oder Lesen von Zahlen, weil das Prozedere des Rechenvorgangs schon eine gewisse Konzentration braucht. Andererseits wird auch die Rechenleistung von der nötigen Transkodierung erschwert (Gerster & Schultz, 2004, S. 172). Das Verständnis des Stellenwertsystems und der sichere Umgang mit diesem ist, wie sich im Verlauf der Arbeit immer wieder zeigt, ein wichtiger Faktor in der Entwicklung zum flexiblen Rechnen. Darum soll im nächsten Punkt dem Stellenwertsystem besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

2.4 Das Stellenwertsystem

In diesem Abschnitt werden zunächst die Grundlagen und der Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems erläutert. Sodann soll der Begriff des Stellenwertverständnisses definiert werden, um zu zeigen, dass es sich dabei um keine Selbstverständlichkeit handelt. Beide Aspekte bilden eine wichtige Basis der gesamten Arbeit.

2.4.1 Grundlagen und Geschichte des dezimalen Stellenwertsystems

Um Zahlen schreiben zu können, benötigt man einzelne Zahlzeichen. Im Kulturkreis, in welchem die Arbeit vorgelegt wird, sind dies die arabischen Ziffern. Die Ziffer ist also ein Teil einer möglichen Darstellungsform einer Zahl. Im Stellenwertsystem hat jede Ziffer ihren Platz und entsprechend der Basis dieses Systems einen festgeschriebenen Wert. Da in dieser Arbeit immer auf das dezimale Stellenwertsystem Bezug genommen wird, ist die Basis folglich 10. Die Basis ergibt sich aus dem Kontingent der Ziffern, die im jeweiligen Stellenwertsystem Verwendung finden. Es sind dies für das dezimale Stellenwertsystem die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 und, mit einer besonderen Bedeutung, die Ziffer 0 (Fromme et al., 2017, S. 2). Beliebig große Zahlen praktisch und effektiv darstellen zu können, ist einer der entscheidenden Vorteile eines Stellenwertsystems. Die Effektivität ergibt sich dabei aus der Tatsache, dass mit Hilfe einer begrenzten Anzahl von Zeichen alle Zahlen dargestellt werden können. Diese Zeichen sind eben die Ziffern von 0 bis 9. Dass dabei jedes Zeichen zugleich mehrere Informationen innehat, entspricht den Prinzipien des Stellenwertsystems, die im Abschnitt 2.4.2 näher beschrieben werden (Herzog et al., 2017, S. 266).

Die Bildung des dezimalen Stellenwertsystems hat ihre Wiege in Indien. Die Zählweise der indischen Kultur war hauptsächlich dezimal geprägt, mit Spuren eines auf die Zahl 4 ausgelegten Systems. Diese Zählweise spiegelt sich auch vom 3. Jahrhundert vor Christus bis in das 2. Jahrhundert nach Christus in der Schrift wider. Bei dieser Schreibweise, den Kharosti-Ziffern, wurde jeder Ziffer ein spezielles Symbol zugewiesen. Die Brahmi-Ziffern wurden zu dieser Zeit ebenfalls verwendet. Auch sie hatten eigene Zeichen für die Ziffern von 1 bis 9. Stellenwertsysteme waren beide Systeme noch nicht. Sie können als wichtige Vorläufer gesehen werden.

Spätestens im 7. Jahrhundert nach Christus wurde in Indien ein dezimales Positionssystem verwendet. An einer Tempelwand fand man das Zeichen für Null. Diese Inschrift wird auf das Jahr 870 nach Christus datiert. Übersetzt hat dieses Zeichen die Bedeutung von *Leere, Nichts*. Im 8. Jahrhundert nach Christus wurden die indischen Ziffern von der arabischen Kultur übernommen. Das deutsche Wort Null leitet sich von *nulla figura* (keine Ziffer) ab (Wussing, 2013, S. 98 f.). Es war ein langer Weg bis diese Ziffern samt dem Stellenwertsystem in Europa Einzug fanden und dort die Vorteile anerkannt wurden. Im Kapitel 4 wird auf den geschichtlichen Verlauf näher eingegangen.

2.4.2 Der Aufbau des Stellenwertsystems

Der Aufbaue der Stellenwertstruktur, basiert auf drei Prinzipien. Das erste Prinzip besagt, dass es eine fortgesetzte Bündelung gibt. Dabei werden die darzustellenden Elemente im dekadischen Stellenwertsystem zu 10er-Bündeln zusammengefasst, bis kein ganzes 10er-Bündel mehr gebildet werden kann. Außerdem werden diese so entstandenen Bündel wieder zu 10er-Bündel der nächsthöheren Kategorie zusammengegeben. So wird folglich aus zehn 10er-Bündeln ein Hunderterbündel und aus 10 Hunderterbündeln wird ein Tausenderbündel. Das heißt, dass die Einheit, die dem Bündelungsvorgang als Grundlage dient, Zehnerpotenzen sind (vgl. Häsel-Weide & Schöttler, 2021, S. 5 f.; Wartha & Schulz, 2019, S. 48). Besonders gut erfassbar wird dieses Prinzip durch den Einsatz von dekadisch aufgebautem Material im Mathematikunterricht, zum Beispiel von Dienes-Material oder anderen Zehnersystem-Sätzen, welche ihren Ursprung in der Reformpädagogik Maria Montessoris haben.

Das zweite Prinzip ist bekannt als das Prinzip des Stellenwertes. Dabei wird festgelegt, dass die Position, die Stelle also, an der eine Ziffer bei der verschriftlichten Form einer Zahl steht, ihren Wert definiert. Der Platz rechts hat den geringsten Wert und der Wert wird nach links hin höher. Dieses Prinzip kommt besonders beim Aufschreiben und beim Lesen der Zahlen zu tragen. Gerade aber beim Sprechen – und das vor allem bei Sprachen, die Zahlen invers aussprechen – hört man den Stellenwert nicht unbedingt, sondern eher die Bündelung (Wartha & Schulz, 2019, S. 49). Nach Häsel-Weide & Schötter (2021) ist das oben dargestellte Bündelungsprinzip als Basis für das Stellenwertprinzip zu sehen. Es werden beim Stellenwertprinzip also die Ergebnisse der Bündelung festgehalten und dies in einer Ziffernfolge, welche systematisch geordnet von rechts nach links die Menge der Bündel anzeigt. Dabei stehen ganz rechts die Einer, dann die Zehner, die Hunderter, Tausender und so weiter. Das Stellenwertprinzip weist, nach Häsel-Weide & Schöttler (2021), vier Eigenschaften auf, welche notwendig sind, um aufeinanderfolgende Ziffern als Zahl wahrzunehmen und zu verstehen. Es sind dies die Stellenwerteigenschaft, die Eigenschaft der Zehn als Basis, die multiplikative Eigenschaft und die additive Eigenschaft. Dabei besagt die Stellenwerteigenschaft, dass jede Ziffer in einer

Zahl unterschiedliche Bedeutungen haben kann, je nach Position der Zahl. Dadurch kann man von jeder Ziffer zwei Auskünfte erhalten: Die Ziffer hat einerseits einen Zahlenwert und andererseits einen Stellenwert. Der Zahlenwert zeigt in diesem Fall die Menge der Bündel an und der Stellenwert gibt den dekadischen Wert auf Grund des Platzes in der Zahl an. Die Eigenschaft der Zehnerbasis definiert sich dadurch, dass der Wert von Stelle zu Stelle rechts beginnend in Zehnerpotenzen fortschreitet. Die multiplikative Eigenschaft zeigt auf, dass der Wert einer Ziffer durch das Multiplizieren des Stellenwertes mit dem Zahlenwert erfolgt. Die additive Eigenschaft bedeutet, dass alle einzelnen Werte der Stellen zusammengezählt den Gesamtwert der Zahl angeben. Dieses strukturorientierte Verstehen, dem das kardinale Zahlprinzip zu Grunde liegt, ist die Basis für das positionsorientierte Verständnis, welches als Grundlage den ordinalen Zahlaspekt hat. Es geht darum, zu verstehen, dass jede beliebige Zahl ihren bestimmten Platz in der Reihe aller Zahlen hat. Diese Erkenntnis ist wichtig, um Vergleiche zwischen Zahlen anzustellen, Zahlen zu ordnen, Nachbarzahlen zu eruieren, Zahlen ihren Platz am Zahlenstrahl zuzuweisen und den Aufbau der natürlichen Zahlen zu verstehen und zu festigen (Häsel-Weide & Schöttler, 2021, S. 6 f.).

Anders als Häsel-Weide & Schöttler sehen Wartha & Schulz im Zahlenwert ein eigenständiges Prinzip und nicht eine untergeordnete Eigenschaft des Stellenwertprinzipes, das sie als drittes Prinzip anführen. Jede Ziffer hat an einer bestimmten Position einen bestimmten Wert und je nach Stelle bestimmt dieser Wert auch die Menge der Bündel des jeweiligen Stellenwertes. Steht die Ziffer 6 an der Einerstelle hat sie den Wert von 6 Einern. Steht die Ziffer 6 hingegen an der Zehnerstelle hat sie den Wert von 6 Zehnern also 60 Einern. Dies bedeutet, dass beim Verschriftlichen von Zahlen der Usus über die stellenwertgerechte Schreibweise bekannt sein muss (Wartha & Schulz, 2019, S. 49).

2.4.3 Das Stellenwertverständnis

Das Stellenwertverständnis ist im Bereich der Mathematikdidaktik ein relativ gering beforschtes Feld, obwohl es als wesentliche Grundlage gesehen wird, sowohl beim Aufbau mathematischer Grundkompetenzen, als auch als Erklärung für fehlende mathematische Kompetenzen und anhaltende Probleme im mathematischen Lernen (Fromme et al., 2017, S. 1). Die Definition des gebräuchlichen dezimalen Stellenwertsystems erfolgte bereits. Es ist jedoch noch aufzuzeigen, wie sich das Verständnis desselbigen erklären lässt. Gerster & Schultz (2004) sehen ein mathematisches Schema dann als verstanden an, wenn Verbindungen mit bereits Gelerntem, mit vorhandenen, abgespeicherten Inhalten hergestellt werden konnte. Erst wenn es also zu einer Verknüpfung von Inhalten gekommen ist, die schlussendlich zu einer Speicherung des Konzepts im Langzeitgedächtnis führt oder dort für neue Aufgaben abgerufen werden können und Verwendung finden, kann von einem gewissen Verständnis ausgegangen werden.

Im besten Fall bewirkt dies ein Abstrahieren von mathematischen Informationen. Zu diesem Verstehen gehört es auch, dass zuvor nur einzeln wahrgenommene Faktoren dann in ihren möglichen Verschränkungen wahrgenommen werden können. Ist zum Beispiel das Konzept für eine Zahl entwickelt, so wird die Zahl in vielen unterschiedlichen Zusammenhängen verstanden. Das Verstehen und daraus folgend das Verständnis eines Sachverhalts baut sich also auf. Natürlich gelingt dieser Aufbau schneller und besser, umso mehr Verbindungen bereits vorhanden sind, an die neue Thematiken anknüpfen können und die das Verständnis eines Inputs vertiefen und erweitern können (Gerster & Schultz, 2004, S. 32 f.). Verständnisaufbau so definiert kann in Bezug auf das Stellenwertverständnis bedeuten, dass die abgespeicherte Zahl 12 in Verbindung gebracht wird mit der Größendarstellung 1 Zehnerstange, 2 Einerwürfel und so ein erster Schritt für ein Stellenwertverständnis bedeutet (Fromme et al., 2017, S. 5 f.). Um ein Stellenwertverständnis aufzubauen, müssen gewisse Voraussetzungen gegeben sein. Das Prinzip der Zehnerbündelung muss verstanden sein und darüber hinaus auch die multiplikative Komponente des Stellenwertsystems (Gaidoschik et al., 2021, S. 6). Ein weiterer wichtiger Faktor ist das flexible Transkodieren der unterschiedlichen Zahldarstellungsformen. Zwischen einer Vorstellung von der Menge, dem Zahlwort und der geschriebenen Ziffernfolge muss flexibel gewechselt werden können. Wesentlich für das Verständnis des Stellenwertsystems ist auch die Grundvorstellung, dass Zahlen zerlegt werden können. Die Zahl 37 zum Beispiel, besteht aus 30 und 7 und 30 wiederrum ist nicht nur als 30 Einer vorstellbar, sondern auch als 3 Zehnerstangen. Problemfelder, die sich bei der Entwicklung eines gesicherten Verständnisses für das Stellenwertsystem ergeben können, liegen neben den fehlenden oder zu wenig vorhandenen beschriebenen Grundvorstellungen auch im Bereich des Sprechens, Schreibens und Lesens von Zahlen. Konkret muss auch hier wieder auf die unregelmäßige Bildung der Zahlworte im Deutschen hingewiesen werden (Wartha & Schulz, 2019, S. 49 f.).

Dabei wird von Gerster & Schultz (2004) angemerkt, dass das Erlernen und die Entwicklung von mathematischem Verständnis nicht alleine auf der Grundlage optimaler sensomotorischer Integration gesehen werden kann. Es reicht nicht, anzunehmen, dass der handelnde Umgang mit Material alleine durch die Beteiligung möglichst vieler Sinne, Verstehen konstruiert. Dieser Ansatz, der in Zusammenhang, gerade mit rechenschwachen Kindern, oft als schnelle Lösung gebracht wird, greift zu kurz. Er lässt außer Acht, dass das Kind im Sinne des Konstruktivismus, durch seine eigene geistige Anstrengung und Leistung Wissen und somit Verständnis für die Sache (genauer: für den mathematischen Sachverhalt) aufbaut (Gerster & Schultz, 2004, S. 44 f.). Das heißt, dass das Handeln mit Material oder auch mit den eigenen Fingern förderlich sein kann, ohne die Vernetzung und den aktiven Denkprozess der Kinder aber zu einem sinnlosen Hantieren ohne Erkenntnisgewinn verkommen kann. Dabei ist gerade das Verständnis für das Stellenwertsystem mehr als nur das Wissen über die richtige Schreibrichtung und Speicherung der Ziffernabfolge. Wesentlich ist, dass das Kind verinnerlicht haben muss, dass zehn Einer zu einem Zehner gebündelt werden können und umgekehrt, dass ein Zehner in zehn Einer entbündelt werden kann (Gerster & Schultz, 2004, S. 48 f.). Im Kapitel 4 wird diesen mathematischen Grundlagen der entsprechende Raum gegeben und sie werden noch näher ausgeführt.

2.5 Resümee

Jedem Zahlwortsystem liegt ein Zahlsystem zugrunde, das eine Basis hat. Weltweit findet sich am häufigsten die Basis 10. In der deutschen Sprache werden Zahlzusammensetzungen im Zahlwortsystem durch Addition und Multiplikation umgesetzt. Ein Zahlwortsystem gilt dann als transparent, wenn es die Struktur der geschriebenen Zahl widerspiegelt, was im Deutschen nicht der Fall ist. Um eine gesprochene Zahl aufschreiben zu können, bedarf es gewisser Übersetzungsfähigkeiten. Dieses Übersetzen von unterschiedlichen Zahlenformaten wird Transkodierung genannt und zählt zu den basalen Funktionen in der Verarbeitung von Zahlen. Es gibt dabei drei Formen, wie Zahlen repräsentiert werden können und zwischen denen möglichst flexibel transkodiert werden muss. Dies sind die Zahlwörter, arabische Ziffern und Größendarstellungen wie zum Beispiel Strichlisten. Diese Transkodierleistung ist erschwert, wenn in der Sprache Zahlwörter invers ausgesprochen werden, wie das im Deutschen der Fall ist. Der Transkodierungsprozess benötigt dann mehr Arbeitsspeicher im Arbeitsgedächtnis. Dieser Tatsache im Zusammenhang mit den Eigenheiten einer jeden Sprache, wurde bis jetzt zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Die Eigenheit der deutschen Sprache, ihre Intransparenz, erschwert ebenfalls das Stellenwertverständnis. Die zuerst gehörte Zahl wird nicht zuerst geschrieben. Das flexible Transkodieren, das ein wichtiger Faktor im Verständnis für das Stellenwertsystem darstellt, ist erschwert. Aufgrund der inversen Sprechweise und der Intransparenz der deutschen Sprache wird folglich das Erlernen basaler mathematischer Einsichten von Beginn an erschwert.

Im folgenden Kapitel wird nun näher auf die genaue Bildung der kardinalen Zahlwörter im Deutschen eingegangen und die Inversion bei Zahlwörtern betrachtet, sowie ein Blick auf andere Länder und Sprachen geworfen, um die Ausgangslage der deutschen Sprache, die Zahlwörter betreffend, besser einschätzen zu können.

3 Die Bildung der kardinalen Zahlwörter

In diesem Kapitel wird anhand eines geschichtlichen und eines sprachwissenschaftlichen Zuganges die Bildung der kardinalen Zahlwörter im Deutschen erklärt. Dieses Wissen ist zentral für die vorliegende Arbeit, um zu verstehen, warum in der deutschen Sprache die Inversion der Zahlwörter in Gebrauch ist. Durch den Blick auf andere Länder und Sprachen zeigen sich die Möglichkeiten, die es im Bereich der Aussprache von Zahlwörtern gibt.

3.1 Die Geschichte des Zählens, der arabischen Zahlen und der deutschen Zahlwörter

Es lassen sich anhand von Einkerbungen, Ritzungen und Ornamenten auf unterschiedlichen Materialien, wie Gestein, Tierknochen oder auch Gefäßen aus Ton erste Belege für das Zählen und Rechnen bis vor 30 000 Jahren und mehr zurückverfolgen. Diese Artefakte müssen allerdings als Vorläufer, als erste Grundlage gesehen werden. Erst ab der Zeit, als Menschen begannen zunehmend sesshaft zu werden, bekam das Zählen und Rechnen eine größere Bedeutung, um zum Beispiel Handel zu betreiben. Die Herausbildung mathematischer Begriffe und ein tieferer Sinn für Mathematik generell, lässt sich überhaupt erst 6 000 Jahre zurückverfolgen. Bis heute ist nicht genau geklärt, wie sich die Zählfähigkeit der Menschen entwickelt hat (Wussing, 2013, S. 6). Quellen für die sprachliche Umsetzung des Zählens in Form von Zahlworten neben den Zählgesten gibt es kaum. Es kann also nicht sicher bewiesen werden, dass die sichtbaren Zeichen der Zählvorgänge, wie sie eben zum Beispiel auf Knochen gefunden wurden, verbal begleitet wurden (Schuppener, 2014, S. 8). Die zusammengefassten Ergebnisse der Fachdisziplinen zeichnen ein folgendes mögliches Bild: Mengen von realen Objekten konnten wahrscheinlich als gleich große Mengen oder ungleich große Mengen wahrgenommen werden. Zahlworte waren vermutlich noch wenig ausgeprägt. Naheliegend ist die Annahme, dass in der Form *eins, zwei, einige, viele,* gezählt wurde. Gerade bei größeren Mengen lässt sich auch feststellen, dass Zahlworte mit den zu zählenden Gegenständen in Verbindung standen. Es machte einen Unterschied im verwendeten Zahlwort, ob zum Beispiel zehn Steine oder zehn Nüsse gezählt wurden (Schuppener, 2014, S. 59; Wussing, 2013, S. 6). Heute noch gibt es beim Zählen in der Sprache der Elem Pomo, eines Ureinwohnervolkes in Kalifornien, die Besonderheit, dass nur beim Zählen von Perlen ein Zahlsystem auf der Basis 8 verwendet wird (Comrie, 2005, S. 214). Von den aktuell ungefähr 7000 Sprachen weltweit kennt man einige hundert, die wenige oder sogar keine Zahlwörter verwenden. Manchmal gibt es auch nur wenige Zahlwörter, höhere Zahlwörter werden dann durch Verbindung der wenigen bestehenden Zahlwörter gebildet (Eckstein, 2020, S. 35).

Auch in der deutschen Sprache gibt es Hinweise auf die gegenstandsabhängige Form der Zahlwortverwendung. Spricht man von zwei Menschen, die von einer Mutter gleichzeitig geboren wurden, so nennt man diese Zwillinge. Zwei zusammengehörende Stiefel hingegen werden als Paar bezeichnet. Betrachtet man nun weiterführend den Gebrauch von Zahlwörtern in festgelegten Abfolgen, also der Zahlwortreihe, so zeigen sich verschiedene Schemata mit unterschiedlichen Zählschwellen und unterschiedlichem Aufbau der Reihung. Es lassen sich, in Anlehnung an die menschliche Anatomie, Bündelungen von fünf, zehn oder zwanzig Anzahlen ausmachen. Auch die Grundlagen der Zahlensysteme selbst haben ihren Anfang im Zählen von Körperteilen. Die Basis 10 beruht auf der Nutzung der zehn Finger, Zahlsysteme mit der Basis 20 verweisen auf den Zusammenhang Finger und Zehen. Darauf gehen unter anderem die Systeme der Azteken, der Maya und der Kelten zurück. Mit der Basis 5 operierende Systeme gehen von den Fingern nur einer Hand aus. Eine weitere, jedoch eher selten vorkommende Basis stellt die Basis 12 dar. Sie geht von den Knöcheln zweier geballter Fäuste aus. In Mesopotamien war ein Zahlensystem mit der Basis 60 gebräuchlich (Eckstein, 2020, S. 32 f.; Wussing, 2013, S. 6 ff.). Im anglo-amerikanischen Raum zeigt sich die Form der Bündelung zu 12 heute noch bei den Längenmaßen. 12 inch ist gleich 1 foot. Früher gab es diesen Zusammenhang auch in Deutschland bei Längenmaßen und auch Geldwerten. 12 Zoll waren hier 1 Fuß und 12 Pfennige wurden je nach Region zu einem Taler oder einem Groschen. Das Duodezimalsystem (Zwölfersystem) wurde im 18. Jahrhundert sogar vom Naturforscher Georges-Louis Leclerc de Buffon für besser erachtet und gefordert, konnte sich aber nicht durchsetzen. Ein entscheidender Vorteil des Duodezimalsystems wäre, dass 12 mehr Teiler hätte. Im dekadischen System sind die Teiler 10, 1, 2 und 5. Mit diesen werden Zahlbeziehungen zu 10 aufgebaut. Bei einem System mit der Basis 12 wären mehrere Zahlbeziehungen schnell gefestigt, da die Teiler neben 12 1 und 2 auch noch 3, 4 und 6 sind, und angenommen wird, dass dieser Aufbau von mehr Zahlbeziehungen das Rechnen erleichtern könnte (Pöhls-Stöwesand, 2020, S. 33).

Die schriftliche Darstellung von Zahlen erfolgte auf unterschiedliche Weise. Bei den Maya-Kulturen gab es bereits Zeichen für die Null. Es war dies jedoch kein einheitliches Zeichen, sondern unterschiedliche Symbole konnten zur Darstellung der Null dienen. Die anderen Zahlen wurden durch Punkte und Striche dargestellt, wobei ein Punkt für eine Einheit stand und der Strich für fünf Einheiten. Es bestand allerdings auch die Möglichkeit, Zahlen durch Darstellungen von Köpfen von Gottheiten zu verschriftlichen. Sollten Zahlen über 20 dargestellt werden, bediente man sich eines Systems mit Spalten und Zeilen welches den Stellenwert ersichtlich machte. Von unten aufsteigend Zeile für Zeile waren die Bündelungen ersichtlich, wobei diese nicht fortlaufend den Potenzen von 20 entsprachen, sondern wahrscheinlich den Potenzen von 18 und 20. Dies würde der Vorstellung der Maya von einem Sonnenjahr mit 18 Monaten zu je 20 Tagen entsprechen (Wussing, 2013, S. 30 f.) Auch in China wurde mit Zahlzeichen, die aus Stäbchenzusammensetzungen bestanden, Zahlen auf vorgefertigten Rechenbrettern dargestellt. Zahlen wurden, wie in der indisch-arabischen Schreibweise, von links nach rechts gelegt. Die Null wurde durch ein leeres Feld dargestellt. Also wurde bereits vor mehr als 700 Jahren mit einer Positionsschreibweise und Stellenwerten gearbeitet. Die Inka hingegen stellten Zahlen mittels Knotenschnüren dar. Es gab dazu eine Hauptschnur mit weiteren Schnüren, die sich in Farbe und Länge unterschieden und so für verschiedene Objekte und Zahlenwerte standen (Wussing, 2013, S. 37 f.). Die gängige Meinung, die Idee des Zeichens für die Null habe sich von Indien aus verbreitet, wird in der Literatur vielfach gestützt. Eine Übersetzung einer chinesischen Schrift spricht davon, dass die Null von China nach Indien und über Arabien schlussendlich den Westen erobert haben könnte. Gerechnet wurde auch mit einem Rechenbrett mit Kugeln, ähnlich eines Rechenrahmens (Wussing, 2013, S. 53 f.). Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass Stellenwertsysteme in unterschiedlichen Kulturen entwickelt wurden. In Mesopotamien bei den Sumerern und Babyloniern, in Indien, in China und in Mittelamerika bei den Maya können Stellenwertsysteme verortet werden, wobei das heute weltweit verbreitete Stellenwertsystem mit der Basis 10 in Indien entwickelt wurde.

Wie in Kapitel 2 kurz beschrieben, kamen die indischen Ziffern schlussendlich in den arabischen Raum. Für diese Übernahme nach Arabien kommt dem Gelehrten al-Chwarizmi eine bedeutende Rolle zu. In seinem Buch über die indischen Zahlen aus dem Jahr 825, welches er in Bagdad verfasste, stellte er nicht nur das Stellenwertsystem inklusive der Null dar, sondern entwickelte er auch die schriftlichen Grundrechenarten. Für die Verbreitung der Ziffern vom arabischen Osten in den arabischen Westen war Abu Sahl Dunas ibn Tamim verantwortlich. Er war ein jüdischer Gelehrter und verfasste Texte auf Arabisch. Auf die Jahre 955-956 lässt sich die erste Nennung und seine Beschreibung der indischen Rechenweise zurückverfolgen. Er berichtet in seiner Schrift von den neun Zeichen, die die Inder zur Verschriftlichung der Einer verwenden (Kunitzsch, 2005, S. 15). Im Laufe der Zeit veränderten sich die indischen Schriftzeichen für die Ziffern von 1 bis 9 einschließlich der 0 durch den arabischen Einfluss. Es entstanden westarabische und ostarabische Ziffern. Aus den westarabischen Ziffern formten sich bis zum 16. Jahrhundert die in Europa verwendeten arabischen Ziffern. Die ostarabischen Ziffern hingegen finden heute noch in Ländern mit arabischer Schrift Verwendung (Wussing, 2013, S. 243 f.). Die Verbreitung der arabischen Ziffern in Europa geschah in Wellen und an unterschiedlichen Orten. In einem ersten Schritt kam es zu Kontakt über Spanien ab dem 10. Jahrhundert. Es kann auch von Kontakten mit den Ziffern und folglich der Übernahme dieser über Sizilien ausgegangen werden. Berührungspunkte gab es weiters in den Ländern des Vorderen Orients, in denen Kreuzzüge stattfanden und im griechisch-byzantinischen Raum

(Kunitzsch, 2005, S. 20). In diesem Zusammenhang muss nochmals der Gelehrte Al-Chwarizmi genannt werden. Von seinem Werk, welches im 9. Jahrhundert erschien und über die indisch-arabischen Ziffern berichtet, gab es Übersetzungen ins Lateinische, die noch erhalten geblieben waren. So fand die Schrift den Weg über Spanien nach Europa und trugen auch Maßgeblich zur Einführung des Stellenwertsystems in Europa bei (Eckstein, 2020, S. 37). Es wird also ersichtlich, dass unterschiedliche Quellen unterschiedliche Bilder der Verbreitung zeichnen und der genaue Weg der Ziffern nach Europa nicht sicher nachverfolgbar ist. Der tatsächliche Durchbruch der Ziffern dauerte sehr lange und wird im Folgenden kurz skizziert:

In der Zeit des Mittelalters wird jegliche Wissenschaft dem Glauben unterworfen. Ein hoher Geistlicher, Gerbert von Aurillac, der später als Papst Silvester II bekannt wurde, kam schon während seiner Ausbildung in Berührung mit der islamischen Wissenschaft und so auch mit den indischen Ziffern (in diesem Fall in der westarabischen Ausprägung). Ein Abakus, der auf Papst Silvester II zurückgeht, verwendete die Ziffern einschließlich eines Symbols für die Null. Papst Silvester II lebte zwischen 945 und 1003. Weite Verbreitung fand das Zahlsystem jedoch erst ab dem 12. Jahrhundert (Wussing, 2013, S. 273 f.).

In einer anderen Quelle wird das Gewicht, das dem genannten Papst in Bezug auf die Einführung der arabischen Ziffern zukommt, als nicht sicher eingestuft. Es wird davon ausgegangen, dass durch die zunehmende Hinwendung zur indisch-arabischen Arithmetik und damit verbunden zu den arabischen Ziffern der Stellenwert des Abakus ab dem 12. Jahrhundert in Europa verblasste (Kunitzsch, 2005, S. 21). Im Jahre 1202 schrieb Leonardo von Pisa, auch bekannt als Fibonacci, in seinem Werk „Liber Abaci“ über die neun indischen Ziffern und die Besonderheit der zehnten Ziffer, der Null. Er habe sein Wissen von arabischen Kaufleuten und nennt explizit als Quelle al-Chwarizmis (Kunitzsch, 2005, S. 7 ff.). Am Ende desselben Jahrhunderts noch wurde von der Stadt Florenz per Strafe verboten, Ziffern in arabischer Schreibweise zu notieren. Einerseits befürchtete man Betrügereien und Fälschungen so leichter zu ermöglichen und andererseits waren die aus dem islamischen Raum kommenden Zahlen dem christlichen Klerus nicht recht. Dieses Verbot betraf das Bankwesen und so wurden bis ins 16. Jahrhundert hinein Zahlen in Worten oder mit römischen Ziffern notiert. Die römischen Ziffern konnten jedoch nicht zum Rechnen verwendet werden und so wurden die Rechnungen selbst am Rechenbrett durchgeführt und die ermittelten Ergebnisse wiederum in Bücher mit Worten oder mit römischen Ziffern eingetragen (vgl. Eckstein, 2020, S. 37; Hergenhahn, 2008, S. 109). Auch dies stellt einen Beleg für das zähe Ringen um die Darstellung der Ziffern im Mittelalter und darüber hinaus dar.

Da ab dem 15. Jahrhundert die Geldwirtschaft ihren Aufschwung erlebte und von einem frühen Kapitalismus gesprochen werden kann, kamen wissenschaftliche Bestrebungen zunehmend auch von Seiten der Kaufleute, Handwerker, Architekten und anderen Berufsgruppen. Durch Zunahme von in Umlauf befindlichem Geld stellten sich neue Fragen, die unter anderem die Zahlenschreibweise, die Ausweitung des bekannten Zahlenbereichs und das Generieren praktikabler Rechenverfahren betraf (Wussing, 2013, S. 304 ff.). Besonders den Kaufleuten und Rechenmeistern dieser Zeit kommt eine wichtige Rolle bei der Verbreitung der indisch-arabischen Ziffern zu. Schnell erkannten sie, dass das Rechnen mit den neuen Ziffern um einiges einfacher war und die ersten schriftlichen Rechenverfahren, wie wir sie heute noch kennen, entwickelten sich. Der klare Vorteil bestand darin, dass nun zum Rechnen und zum Notieren der Ergebnisse eine Form der Zahldarstellung reichte. Die Widerstände waren vor allem von Seiten des Klerus groß, da ihm die Herkunft aus dem islamischen Raum ein Dorn im Auge war. Die Ziffern wurden sogar als Teufelszeug abgetan (vgl. Eckstein, 2020, S. 37; Hergenhahn, 2008, S. 109).

Im 16. Jahrhundert lehrte und lebte der Rechenmeister und Rechtsgelehrte Jakob Köbel, welcher damals schon auf die Inkongruenz zwischen der Schreibweise von Zahlen und der deutschen Sprechweise bei höheren Einerzahlwörtern verwies. Er sprach sich auch für eine Veränderung der gebräuchlichen Sprechweise aus (Schuppener, 2014, S. 16). Hier ist festzuhalten, dass Köbels Rechenbuch aus dem Jahr 1517 zwar die deutschen Zahlwörter so verwendet, dass sie mit der Zahlenschreibweise korrespondieren, jedoch nicht durchgängig im gesamten Werk. Er setzt sie besonders zu Beginn seines Buches ein und wechselt dann auf die heute gebräuchliche Form zurück. Es kann angenommen werden, dass Köbel die korrespondierende Form zu Beginn wählte, um das Arbeiten mit dem dezimalen Stellenwertsystem erklären zu können (Schuppener, 2014, S. 103). An anderer Stelle wird dargelegt, dass Köbel wohl durchgängig in seinen Werken die unverdrehte Sprechweise einsetzt, jedoch nicht dafür plädiert oder sie gar begründet (Hergenhahn, 2008, S. 110).

Adam Ries, seines Zeichens ebenfalls Rechenmeister, schrieb sein erstes Rechenbuch im Jahre 1518 und kannte Köbels Rechenbücher, übernahm jedoch die unverdrehte Sprechweise nicht (Hergenhahn, 2008, S. 112). 1522 wurde Adam Ries´ zweites Rechenbuch in Umlauf gebracht. Er beschreibt darin sowohl Rechenverfahren mit dem Abakus als auch das schriftliche Rechnen. Beim schriftlichen Rechnen setzt er die arabischen Ziffern ein. Adam Ries verwendet dabei das jetzt noch gebräuchliche System, Zahlworte durch eine Verbindung von zuerst Einern und dann Zehnern mit der Konjunktion *und* zu verschriftlichen (Wussing, 2013, S. 334). Da, im Vergleich zu Köbels Rechenbüchern, die drei Rechenbücher von Adam Ries bis ins 17. Jahrhundert hinein in hoher Auflage erschienen und er dadurch einen gewissen Bekanntheitsgrad erlangte, könnte dies mit ein Grund sein, dass sich die inverse Sprechweise im Deutschen durchsetzte (Hergenhahn, 2008, S. 112).

Weitere Werke aus der Zeit von 1600 bis ungefähr 1670 verwenden teilweise die inverse und nicht-inverse Bildungsform parallel oder verweisen explizit auf die Inversion im deutschen Sprachgebrauch. Die meisten aus dieser Zeit stammenden Werke sind geprägt durch die Verwendung der inversen Zahlwörter, die die gebräuchliche verbale Form darstellte. Danach gibt es keine nennenswerten Ausführungen. Erst ab 1900 lassen sich wieder vermehrt Schriften verzeichnen, die zunächst die verdrehte deutsche Zahlsprechweise thematisieren und sich dann für eine Änderung (mit je unterschiedlichen Änderungsansätzen) aussprechen. Viele dieser Werke haben gemein, dass sie die Zahlwörter als nicht zeitgemäß und fehleranfällig erachten (Schuppener, 2014, S. 16 ff.).

Zu allen Zeiten, seit einer verbreiteten Schreibung von Zahlen und Zahlwörtern, gab es folglich Menschen aus unterschiedlichen Fachbereichen, die die Idee verfolgten, die deutschen Zahlwörter zu reformieren oder die zumindest anmerkten, dass die gängige Sprechweise als unlogisch und irrationell gesehen werden kann. Ab dem Jahr 2004 wurde mit der Gründung des Vereins *Zwanzigeins e.V.* in Deutschland versucht, solche Reformideen zu bündeln und einer breiteren Öffentlichkeit bekannt zu machen (Zwanzigeins e.V., 2023b). Die Politik und andere Entscheidungsträger zeigen jedoch bislang noch wenig Bereitschaft, den Forderungen des Vereins Gehör zu schenken (Schuppener, 2014, S. 25 ff.). Zur Zeit gibt es konkrete Reformvorschläge in Bezug auf die Art und Weise der Aussprache der deutschen Zahlwörter von verschiedenen Personen und Gruppen, wie zum Beispiel dem Mathematikdidaktiker Wolfram Meyerhöfer, dem Verein Zwanzigeins e.V. und Berthold Eckstein, der als Lehrer und Lerntherapeut Kindern und Erwachsenen beim Lernen in mathematischen Bereichen half (Eckstein, 2020; Meyerhöfer, 2015; zehneins, o. J.). Besonders hervorzuheben ist hier die Arbeit des Vereins *Zwanzigeins e.V.*, welcher nach fachlicher Diskussion mit Wolfram Meyerhöfer die vollständige Ausarbeitung einer stellenwertgerechten Zahlensprechweise angestoßen hat, auf die hier im Abschnitt 2.2.6 schon Bezug genommen wurde.

3.2 Die Bildung der deutschen Kardinalzahlwörter

Bei Zahlwörtern kommen oft über lange Zeiträume kaum Veränderungen vor. Anders als bei der restlichen Sprache, die von einem steten Wandel geprägt ist, bleiben sie eher konstant. Darum eignen sie sich auch, um Schlüsse auf frühere Zahlbegriffe und Zählsysteme zu ziehen. Festgehalten werden kann, dass sich im indogermanischen Sprachgebiet wahrscheinlich im 4.

Jahrtausend vor Christus die Zahlwörter und ein Zählsystem, welches auf der Basis 10 operierte, entwickelten. Durch fortschreitendes Sesshaftwerden erweiterten die Menschen ihr Zahlenrepertoire von Einerzahlen auf die Verwendung auch von ganzen Zehnern. Es wurde also in Zehnerschritten bis 100 gezählt. Es lassen sich, in Verbindung zu den Körperteilen, in manchen indogermanischen Sprachen in den Zahlwörtern für 5, 10 und 100 heute noch Verbindungen zu den Worten „Hand“, „Faust“, „zwei Hände“ oder „gezehnt“ (für zehn Zehner), herstellen. Die höheren Einerzahlen, die Auffüllung zwischen den ganzen Zehnern also, entwickelte sich erst danach. Die frühesten Schriften, die als direkte Vorläufer unserer heutigen verwendeten deutschen Sprache gelten, gehen auf das 4. Jahrhundert nach Christus zurück und sind in gotischer Sprache verfasst. Hier finden sich bereits Einerzahlwörter, die unserer heutigen Form sehr ähneln. Für zwei wurden zum Beispiel *twai, twos* oder *twa* geschrieben. Im Althochdeutschen finden sich die Formen *zwene, zwa*, *zwei.* Im Mittelhochdeutschen zeigt sich zwei in den Wortformen zwene, zwo, zwei und im Neuhochdeutschen, das ab ungefähr 1600 gesprochen wird in der auch heute noch gebräuchlichen Form *zwei* (Eckstein, 2020, S. 31 ff.).

Schuppener (2014) weist explizit auf das Fehlen brauchbarer Begriffe für Zahlen und Zahlwörter, die die Einerstelle in den Fokus rücken, hin. Er determiniert daher folgende Begriffe: Als elementare Einerzahlen werden die Zahlen von 0 bis 9 beschrieben, die Zahlen zwischen 10 und 20, 20 und 30 und so fort, werden als höhere Einerzahlen verstanden. Daraus ergeben sich die Begriffe elementare und höhere Einzahlwörter (Schuppener, 2014, S. 14 f.). Generell kann gesagt werden, dass in allen indogermanischen Sprachen die Bildung der höheren Einzahlwörter durch Verknüpfung von Zehnerzahlwörtern und elementaren Zahlwörtern vollzogen wird. Das Deutsche hat die seltene Besonderheit, dass zuerst das elementare Einerzahlwort genannt wird und dann erst das Zehnerzahlwort (Schuppener, 2014, S. 15).

Die indogermanischen Sprachen weisen bei der Zahlwortbildung viele Zusammenhänge auf, andererseits lassen sich aber durchwegs auch einige Differenzen finden. Für diese Unterschiede gibt es mehrere Gründe. Zum einen hat jede Sprache, die ihr zu Grunde liegenden eigenen Sprachbesonderheiten zum Beispiel in der Syntaktik und der Morphologie und zum anderen wirken auf jede einzelne Sprache historische und soziale Einflüsse ein. Die Bildung der höheren Einerzahlwörter erfolgt in den indogermanischen Sprachen prinzipiell nach dem additiven System. Es werden also die Zahlwörter für die höheren Einerzahlwörter durch das Zusammenfügen von Zehnerzahlwörtern mit den Zahlworten für die elementaren Einerzahlwörter gebildet. Im Vergleich dazu findet man im Lateinischen und im Alt- und Mittelhochdeutschen auch subtraktive Bildungsformen, die durch Abzug von der Zehnerstelle gebildet werden, wobei meist nur 1 oder 2 abgezogen werden. Im keltischen Gebrauch finden sich des

Weiteren multiplikative Bildungsformen und in der dänischen Sprache werden manche Zehnerzahlwörter auf Grundlage einer Teilung gebildet. All diese Bildungsmöglichkeiten von Zahlwörtern lassen sich auch über die indogermanische Sprachfamilie hinaus belegen, wie in Kapitel 2 angeführt (Schuppener, 2014, S. 30 ff.).

Betrachtet man nun die Bildung der höheren Einerzahlwörter im Deutschen, so lassen sich drei Bildungsformen unterscheiden. Die Zahlwörter von 11 bis 19 stellen sich anders dar als die Zahlwörter von 21 bis 99, und als dritte Gruppe können die Zahlen ab 100 gesehen werden. Die erste Gruppe entsteht durch die Wortzusammensetzung des elementaren Einerzahlwortes mit dem entsprechenden Zehnerzahlwort. Dies erfolgt ohne Bindeglied. Lediglich die Zahlwörter für 11 und 12 stellen Ausnahmen dar. Verfolgt man die sprachliche Entwicklung dieser Ausnahmen so können die Wörter elf und zwölf mit Bezug auf 10 als 1 bleibt übrig/zurück bzw. 2 bleibt übrig/zurück (bei 11 nach Abzug von 10 und bei 12 nach Abzug von 10) gesehen werden. Die Wortherkunft *lif* für *leave/left* deutet darauf hin. In fast allen der indogermanischen Sprachfamilie zugehörigen Sprachen folgt die Bildung der Zahlwörter von 11 bis 19 diesem Prinzip. Dabei erfolgt die Bildung mit und ohne Konjunktion oder eine elliptische Bildung, also eine Bildung mit Auslassungen (Schuppener, 2014, S. 36 ff.). Schipper et al. (2015) weisen darauf hin, dass an den Zahlwörtern elf und zwölf die Zehner und Einer nicht erkennbar sind. Die Kinder müssen wie zuvor bei den Zahlen von 0 bis 10 zwei weitere Zahlwörter einfach auswendig lernen. Die für das Stellenwertsystem wesentliche Schwelle 10 wird so nicht genügend wahrgenommen und das Erkennen der Bündelung ist nicht möglich. Die Autoren stellen weiter fest, dass auch die Suffixe für die ganzen Zehner inkonsistent sind und oft die Zahlwörter für ganze Zehner zu sehr den Zahlwörtern von 13 bis 19 ähneln und alleine dadurch Verwechslungen geschehen. Für Kinder ist es nicht so einfach, die Zahlwörter *achtzehn* und *achtzig* zu unterscheiden (Schipper et al., 2015a, S. 107). Bereits im Mittelhochdeutschen zeigt sich für die zweite Gruppe die Bildung der Zahlwörter in der Struktur Einer und dann Zehner. Verbunden sind die beiden dabei durch die Konjunktion „und“ (Schuppener, 2014, S. 40). Zusammenfassend muss allerdings gesagt werden, dass bei der Mehrheit der untersuchten Sprachen das Prinzip Zehnerzahlwort und Einerzahlwort dominiert. Das Bildungsprinzip Einerzahlwort und Zehnerzahlwort findet sich seltener (Schuppener, 2014, S. 49 und 55). Für die dritte Gruppe, der Zahlen ab 100, ist zur Bildung der Zahlwörter anzumerken, dass die deutsche Sprache auch hier Eigenheiten hat. Es werden zuerst die Hunderter ohne die Konjunktion „und“ genannt, danach die Einerzahlwörter, die Konjunktion „und“ und dann die Zehnerzahlwörter (Schuppener, 2014, S. 55). Dieses sprachliche „Hüpfen“ muss beim Transkodierungsprozess in die schriftliche Zahlenfolge wieder kompensiert werden, um die Zahl korrekt verschriftlichen zu können.

Aus sprachwissenschaftlicher Sicht muss weiters noch festgehalten werden, dass im alltäglichen Gebrauch die Zahl/das Zahlwort nicht rein arithmetisch gesehen wird. Es geht vielmehr um Zusammenhänge, um die Betonung von Mächtigkeiten und ähnlichem (Schuppener, 2014, S. 60 f.). Generell kann davon ausgegangen werden, dass die Bildungsreihenfolge Einerzahlwort und dann Zehnerzahlwort älter und länger in Gebrauch ist, als die Form bei welcher die Zehnerzahlwörter vorangestellt werden. Es dürfte sich bei der Kombination Einerzahlwort und Zehnerzahlwort also um die basale Form handeln, während die Kombination Zehnerzahlwort und Einerzahlwort arithmetisch konnotiert sein könnte. Da beim Abzählen das Hervorheben der Veränderung wesentlich ist und dies lange Zeit die elementare Funktion der Zahlwörter war, und nicht das Rechnen, könnte dies ein Grund für die tradierte Bildungsweise sein. Dass sich im Englischen für die höheren Einerzahlwörter eine Änderung der Zahlwortstruktur ermöglichen ließ, kann auf den weniger häufigen Gebrauch hoher Zahlen zu dieser Zeit zurückgeführt werden (Schuppener, 2014, S. 75).

3.3 Die Inversion bei Zahlwörtern

Es gibt viele Sprachen, die für zweistellige Zahlen stellenwertgerechte Zahlwörter mit der Reihenfolge Zehnerzahlwort und dann Einerzahlwort verwenden. Stellenwertgerecht meint in diesem Zusammenhang dem dezimalen Stellenwertsystem entsprechend. Die deutsche, die dänische und auch die niederländische Sprache gehören in Europa nicht zu diesen Sprachen. Sie verwenden nicht stellenwertgerechte Zahlwörter mit der Abfolge Einerzahlwort und dann das Zehnerzahlwort (Eckstein, 2020, S. 8). Diese Tatsache wird in unterschiedlichen Quellen aus unterschiedlichen Fachbereichen als Inversion bei Zahlwörtern oder als inverse Sprechweise bezeichnet. Schuppener (2014) sieht den Begriff der Inversion als „moderne Sichtweise und Qualifizierung“, der entgegen der geschichtlichen Entwicklung steht. Die beiden Möglichkeiten der Zahlwortbildung (Einerzahlwort zuerst versus Zehnerzahlwort zuerst) haben unterschiedliche Schwerpunktsetzungen. Wird das Einerzahlwort zuerst genannt, so liegt der Fokus auf dem Neuhinzukommenden, auf der Veränderung. Wird das Zehnerzahlwort zuerst genannt, wird das Gesamte, die Gesamteinheit betont. Prinzipiell muss festgestellt werden, dass keine Zahlwortbildung besser oder schlechter ist. Wird als Bezugsgröße jedoch die schriftliche Ziffernnotation in einem dekadischen System herangezogen, also eine mehr mathematische Herangehensweise, so kann die Bildungsform Einerzahlwort und Zehnerzahlwort als unpassend und störend empfunden werden. Geht man hingegen von einem rein verbalen Abzählen als Bezugsgröße aus, mit sprachlichem Hauptaugenmerk, so bildet die Hervorhebung der sich verändernden Einerstelle durch Erstnennung eine gute Basis. Das ist der Fall, gerade weil im deutschen Sprachgebrauch einerseits bei Verknüpfungen mit „und“ der kürzere Wortteil zuerst genannt wird und andererseits, weil bei der Betonung der Zahlwörter der sich verändernde Teil in einer Dekade betont wird. Dies entspricht dem Deutschen in besonderer Weise, das ohnehin vom Initialakzent geprägt ist (Schuppener, 2014, S. 69 ff.). Gerster & Schultz (2004) und auch Schipper et al. (2015) sehen in der inversen Sprechweise, die im Widerspruch zur Schreibrichtung steht, ein Problem für Kinder. Wesentlich ist, dass Kinder nicht zuerst die Einerstelle, die sie ja hören, schreiben, sondern unbedingt die Zehnerstelle zuerst schreiben sollen. Eine mögliche Schwierigkeit, die sich bei nicht Beachtung ergeben kann, ist, dass sich nötige Zahlvorstellungen nicht entwickeln können. Das Kind muss, schreibt es zuerst das was es hört, nicht aktiv darüber nachdenken, was die Einer und was die Zehnerstelle ist. Die Zahlen bis 20 werden, wie die ganzen Zehner, von den meisten Kindern der Schreibrichtung entsprechend von links nach rechts geschrieben. Werden die anderen Zahlen bis 100 nun aber mit der Einerstelle beginnend und dann den Zehner davorsetzend geschrieben, so führt dies zu einem ständigen Wechsel der Schreibrichtung und stellt somit eine unnötige Fehlerquelle dar (vgl. Gerster & Schultz, 2004, S. 349 f.; Schipper et al., 2015a, S. 107).

3.4 Zahlwörter in anderen Ländern und Sprachen

Die eingangs erwähnten Bespiele werden hier noch Vertiefung finden. Im europäischen Raum werden nur in der niederländischen Sprache, der dänischen Sprache und manchen mit ihnen verwandten Sprachen sowie im Deutschen die höheren Einerzahlwörter invertiert ausgesprochen. Das Dänische weist weiters die Besonderheit auf, vigesimale Elemente zu haben. Ab der Zahl 50 erfolgt die Bildung auf einem System mit der Basis 20 (Eckstein, 2020, S. 27). Eine interessante Situation, die Zahlwörter betreffend, findet sich in der tschechischen Sprache. Hier werden beide Formen der Sprechweise parallel verwendet. Es existieren die Zahlwörter sowohl in invertierter, als auch in nicht invertierter Sprechweise und beide Formen werden auch aktiv im Sprachgebrauch genutzt. Dabei findet die unverdrehte Sprechweise eher im schulischen Bereich und im wissenschaftlichen Zusammenhang Verwendung und die invertierte Sprechweise ist die Form, die im Alltag genutzt wird. Dies vor allem auch weil in der tschechischen Sprache nach der invertierten Sprechweise immer der Genitiv Plural vorgesehen ist und bei der unverdrehten Sprechweise das nachfolgende Adjektiv samt Nomen richtig dekliniert werden muss. Es ist zu beachten, dass das Tschechische sieben Fälle kennt. Das Institut der tschechischen Sprache der Akademien der Wissenschaft erklärt aber seit einiger Zeit auch die Deklination, die für die verdrehte Sprechweise üblich ist auch für die unverdrehte Sprechweise als gültig. Geschichtlich lässt sich diese Besonderheit wie folgt erklären: Als sich im 14. Jahrhundert die tschechische Schriftsprache entwickelte, waren schon beide Formen der Zahlwörter üblich und zulässig. Zu dieser Zeit wurde die verdrehte Sprechweise jedoch stärker genutzt. Gegner dieser Art der Zahlwortbildung argumentierten, dass die verdrehte Form aus dem Deutschen stammt und wollten, auch aufgrund gesellschaftspolitischer Hintergründe, die Loslösung von dieser Sprechweise (Himmel, 2008, S. 124 f.). In der überwiegenden Mehrheit der europäischen Länder entspricht die Sprechweise der Zahlen zwischen 21 und 99 der Schreibweise und folgt so der Logik des Stellenwertes. Die meisten bedienen sich im Zahlenraum von 11 bis 19 sehr unterschiedlicher Varianten der Zusammensetzung, wie zum Beispiel in der englischen, französischen, spanischen, griechischen oder italienischen Sprache, um dann aber der Reihenfolge *Zehner – Einer* zu folgen (Eckstein, 2020, S. 29). Das Englische weist dazu einen interessanten geschichtlichen Verlauf auf. Durch die nahe Verwandtschaft der deutschen Sprache mit der englischen Sprache gibt es für manche Wörter eine gemeinsame Wurzel. Dies war im Altenglischen und Althochdeutschen noch deutlicher erkennbar. So ist im Altenglischen die Bildung der Zahlwörter erkennbar, wie sie heute noch in der deutschen Sprache der Fall ist. Es dürfte mehrere Gründe geben, warum sich in der englischen Sprache die Bildung der Zahlwörter geändert hat. Ein Einflussfaktor war, dass das Englische in der Mittelalterzeit durch normannische Eroberungen auch von der französischen Sprache geprägt wurde. Die Erfindung des Buchdruckes dürfte nur wenig Einfluss genommen haben, jedoch die Verbreitung der arabischen Ziffern in Europa könnte ausschlaggebend für die endgültige Änderung der Zahlsprechweise in der englischen Sprache gewesen sein. Bei den arabischen Ziffern ist die Reihenfolge der Notation, anders als bei den bis dahin gebräuchlichen römischen Ziffern, unumstößlich. Die Ziffern dürfen nicht einfach in beliebiger Reihenfolge aufgeschrieben werden, wie das bei den römischen Ziffern durchaus der Fall war. Die Zahl blieb trotzdem als solche erkennbar. Da nun die Schreibweise der arabischen Ziffern eine strikte Richtung vorgab, wurde wahrscheinlich aus diesem Grund auch die Sprache angepasst. Bis sich dies wirklich vollständig durchsetzte, gab es zeitweise auch mehrere Möglichkeiten der Zahlsprechweise (Althoff, 2008, S. 115 ff.).

Neben den Sprachen, die bis 19 unterschiedliche Zusammensetzungen verwenden, gibt es Sprachen die durchgängig die Form *Zehner – Einer* beibehalten, also bereits von einschließlich 11 an. Dazu zählen die chinesische Sprache, die koreanische Sprache, die Sprache Romanes, die die Sprache der Sinti und Roma ist und die türkische Sprache. Im 10. Jahrhundert wurden im Türkischen noch beide Zahlensprechweisen verwendet, also sowohl eine verdrehte, als auch eine unverdrehte Sprechweise. Bereits im 13. Jahrhundert setzte sich die unverdrehte Sprechweise auf natürlichem Wege durch (Voigt, 2008, S. 113). Geschah in den zuvor genannten Sprachen der Wandel über meist einige Jahrhunderte und auf natürliche Art und Weise, so wurde in Norwegen anders verfahren. Hier führte eine bewusste Entscheidung seitens der

Politik zur Änderung der Sprechweise und dies in nur wenigen Jahrzehnten. Seit 1. Juli 1951 ist in Norwegen die offizielle Sprechweise der Zahlen die Verknüpfung *Zehner – Einer*. Die davor gebräuchliche Form *Einer – Zehner*, wird zurzeit noch gesprochen. Es gibt im Moment also zwei Formen im mündlichen Gebrauch, wobei eine eben die offizielle Sprechweise ist. Interessant ist dabei, dass der Anstoß für die Veränderung nicht direkt aus der Politik kam, sondern von außen an die Politik herangetragen wurde. Im Jahr 1949 erging ein Brief des Telegrafenbüros an das Verkehrsministerium mit der Bitte um Änderung der Zahlensprechweise. Es hatte sich nämlich gezeigt, dass durch die Einführung einer sechsstelligen Fernrufnummer in Oslo gehäuft Nummern falsch angewählt wurden. Nach Beratungen in unterschiedlichen Behörden kam es im Jahr 1950 zum einstimmigen Beschluss im norwegischen Parlament. Umfragen im Einführungsjahr und in den darauffolgenden Jahren zeigten, dass der Anteil der Bevölkerung, der nicht recht wussten, was er von der neuen Sprechweise halten sollte, sank. Mehr als die Hälfte der Befragten war 1968 für die neue Sprechweise und nur 35 % dagegen. Bei einer Untersuchung von Daten aus dem Zeitraum 2004 bis 2006 zeigt sich hinsichtlich des Alters ein Unterschied im Gebrauch der Sprechweisen. Jüngere Menschen verwendeten öfter die offizielle Sprechweise als ältere Menschen. Mischformen der Sprechweise kamen auch eher bei älteren Menschen vor. Norwegen ist hier also ein Beispiel für eine relativ schnelle sprachliche Veränderung (Vannebo, 2008, S. 95 ff.).

3.5 Resümee

Es konnte in diesem Teil der Arbeit der lange Weg des Zählens bis hin zur Verschriftlichung in Form der gebräuchlichen arabischen Ziffern dargelegt werden. Die global am häufigsten genutzte arabische Ziffernform bahnte sich den Weg von Indien aus zuerst in den arabischen Osten, erreichte den arabischen Westen und kam folglich über Muslime in Spanien auch in Europa in Wellen in ihrer westarabischen Ausprägung an (Kunitzsch, 2005, S. 27). Für den indogermanischen Sprachgebrauch zeigt sich, dass im historischen Verlauf verschiedene Bildungsformen für Zahlwörter ab 21 möglich waren und dies sogar nebeneinander. Das heißt, es wurden Zahlwörter mit dem System Einer und Zehner gebildet, aber auch mit dem System Zehner und Einer und es konnte sein, dass beide Formen gleichzeitig genutzt wurden, bis sich eine der Formen etablierte (Schuppener, 2014, S. 48 f.). Wie der Vergleich mit anderen Ländern und Sprachen zeigt, hat sich die Bildungsform Zehner-Einer vielfach durchgesetzt oder wurde, so wie in Norwegen, bewusst eingeführt, um die Zahleninversion zu vermeiden. Diese beeinflusst, wie sich im nächsten Kapitel zeigen wird, das mathematische Lernen, konkret das Lernen im Bereich der Arithmetik.

4 Basisbereiche in der elementaren Arithmetik

Schlussfolgernd aus den bisherigen Erkenntnissen, gibt es einige Bereiche im Mathematikunterricht, die sich leicht zu Problemfeldern entwickeln können, wenn sie unbedachte oder unzulängliche Beachtung im Unterricht finden. Sie stellen die Basis für alle weiterführenden Inhalte und Kompetenzen dar und sind dadurch von großer Bedeutung. Nicht nur die Behandlung im Unterricht ist dabei als Faktor zu bedenken, sondern auch die Entwicklung des kindlichen Wissens generell, um besser verstehen zu können, warum Hürden entstehen, aber auch warum es oft nicht so einfach ist, die Denkschritte der Kinder nachzuvollziehen.

Das erste mathematische Verständnis wohnt den Kindern automatisch inne und kann vom Kind selbst kaum erklärt werden. Es kann noch nicht verallgemeinert oder mit anderem Können und Wissen verknüpft werden. Das Herauslösen einer allgemeinen Theorie ist dem Kind noch nicht möglich. Weiters ist das Kind mit diesem ersten mathematischen Wissen noch auf das Vorbild der Erwachsenen, ob in Institutionen oder dem Elternhaus, angewiesen. Nach und nach kann das Kind den erlernten Umgang nachbilden und zunehmend eigenständiges Herangehen konstruieren oder variieren (Gerster & Schultz, 2004, S. 19). Das Wissen, das es dazu braucht, ist einerseits ein konzeptionelles Wissen und andererseits ein prozedurales Wissen. Das konzeptionelle Wissen zeichnet sich durch die Vernetzung von Wissensinhalten aus. Es sucht Beziehungen in Wissensbeständen, um diese mit neuem Wissen zu verknüpfen. Das prozedurale Wissen hingegen kann als Wissen über die Regelhaftigkeiten und Symbole gesehen werden. Schritt für Schritt wird hierbei Wissen angewandt, oft ohne den dahinterliegenden Sinn und die Zusammenhänge verstanden zu haben (Gerster & Schultz, 2004, S. 29 ff.). Wesentlich ist eine Vernetzung der Wissensformen. Ein flexibles Anwenden der Formen schafft optimale Voraussetzungen für eine lebensnahe, problemlösungsorientierte Mathematik (Gerster & Schultz, 2004, S. 41 f.). Auf dieser Grundlage soll in diesem Kapitel zum einen eine kurze Übersicht über die wesentlichen Themengebiete des Mathematikunterrichts bis zum Ende der zweiten Schulstufe, genauer im Bereich der Arithmetik, die für die Beantwortung der Forschungsfrage von Bedeutung sind, gegeben werden und zum anderen an ihnen aufgezeigt werden, wo die Stolpersteine für die Lernenden liegen können.

Der Lehrplan gliedert den Lehrstoff im Mathematikunterricht in folgende Teilgebiete: Aufbau der natürlichen Zahlen, Rechenoperationen, Größen und Geometrie. In der jetzt noch erhaltenen Aufteilung in Grundstufe I und Grundstufe II, erfolgt die Erweiterung der Teilgebiete um den Bereich der Bruchzahlen auf der Grundstufe II (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 1963, Nr. 267, Lehrplan der Volksschule und Sonderschulen, 1963, S. 199 f.). Dieser Lehrplan wird stufenweise durch den im Jänner 2023 verabschiedeten Lehrplan ersetzt.

Die Aufhebung der Teilung in Grundstufe I und Grundstufe II ist für den neuen Lehrplan umgesetzt worden. Die im noch aktuellen Lehrplan verwendeteten Bezeichnungen der Bereiche finden sich im neuen Lehrplan in abgewandelter Form wieder. Die inhaltlichen Kompetenzbereiche werden eingeteilt in die Bereiche Zahlen und Daten, Operationen, Größen, Ebene und Raum (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 72 f.). Die Gliederung, welche in den Bildungsstandards, die zu erreichende Kompetenzen ausweisen, dargelegt wird, erfolgt für den Unterrichtsgegenstand Mathematik in zwei Hauptkomponenten. Es werden hier die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen unterschieden. Beide sind nicht voneinander zu trennen, da es sich bei den allgemeinen mathematischen Kompetenzen um prozessbezogene Kompetenzen handelt, ohne die die inhaltlichen Kompetenzen beim Lösen einer mathematischen Aufgabe sinnlos blieben (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung, 2011, S. 7). Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen unterteilen sich ihrerseits in die Bereiche Modellieren, Operieren, Kommunizieren und Problemlösen. Diese allgemeinen Kompetenzen finden ihren Niederschlag ebenfalls in neuen Lehrplan (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 71). Auch bei den inhaltlichen Kompetenzen kommt es zu einer Aufteilung in Kompetenzbereiche, die dem Lehrstoff des Lehrplanes entsprechen. Es sind dies das Arbeiten mit Zahlen, das Arbeiten mit Operationen, das Arbeiten mit Größen und das Arbeiten mit Ebene und Raum. In der vorliegenden Arbeit sollen nun nur jene Teilbereiche der Grundstufe I und Kompetenzbeschreibungen, welche im Lehrplan beziehungsweise in den Bildungsstandards angeführt sind, näher beleuchtet werden, die der Beantwortung der Forschungsfrage dienlich sind. Für diese Arbeit wichtige Kompetenzen, die die Schüler*innen am Ende der vierten Schulstufe der Primarstufe erreichen sollen, sind *das Strukturieren von Zahlen* aus dem Kompetenzbereich Operieren sowie *das zweckmäßige Benutzen von mathematischen Zeichen und Begriffen und dies sowohl in verbaler Form als auch in schriftlicher Form* aus dem Kompetenzbereich Kommunizieren. Wie bereits dargestellt, kommt es immer zu einer Verschränkung von allgemeinen mathematischen Kompetenzen mit inhaltlichen mathematischen Kompetenzen. Diese Verschränkung erfolgt mit den inhaltlichen Kompetenzen im Bereich des *Arbeitens mit Zahlen* und weist aus, dass Schüler*innen Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen sollen. Genauer definiert sollen die Schüler*innen am Ende der vierten Schulstufe der Primarstufe Zahlen im Zahlenraum 100 000 lesen und darstellen können und sich in genau diesem Zahlenraum auch orientieren können (Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung, 2011, S. 17). Auf diesen Grundlagen lassen sich folgende Punkte als wesentlich für den Forschungsgegenstand festlegen:

4.1 Der Aufbau der natürlichen Zahlen

Wesentliche Schwerpunkte sind in diesem Bereich bis zum Ende der zweiten Schulstufe das sichere Verständnis für Zahlen sowie die Erarbeitung des Zahlenraums bis 100 (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 71). Der Zahlenraum wird im ab Jänner 2023 gültigen Lehrplan auf den Zahlenraum 1 000 so erweitert werden, dass die Zahlen bis 1 000 dargestellt werden sollen, und zwar mit strukturiertem Material. Die Zahlen sollen gelesen und geschrieben werden können (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, 2023, S. 74). Dabei kommt im noch aktuellen Lehrplan dem Verständnis für den Aufbau eines dekadischen Stellenwertsystems in Hinblick auf den engen Zusammenhang mit dem Operationsbegriff, eine besondere Bedeutung zu. Ziffern und Zahlen müssen dabei im Zahlenraum 100 richtig gelesen und geschrieben werden können. Es muss den Schüler*innen möglich sein, den Unterschied zwischen der Ziffer als solches und dem Stellenwert der Ziffer zu erfassen (Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 1963, Nr. 267, Lehrplan der Volksschule und Sonderschulen, 1963, S. 119). Es müssen also tragfähige Grundvorstellungen, sowohl wenn es um Zahlen geht als auch wenn es um das Verständnis des Stellenwertsystems geht, gegeben sein. Sie garantieren, dass der notwendige, wichtige Schritt der Transkodierung zwischen den Darstellungsformen gelingt. Als wesentliche Grundvorstellungen, wenn es um Zahlen geht, können der Kardinalzahlaspekt und der Ordinalzahlaspekt genannt werden. Der kardinale Zahlbegriff bedeutet, dass Zahlen Mengenangaben ausdrücken können, wohingegen der ordinale Zahlbegriff die Position einer Zahl in einer Reihe von Zahlen angibt (Wartha & Schulz, 2019, S. 34 f.). Genau diese Einsicht müssen die Schüler*innen erlangen. Sie dürfen Zahlen eben nicht nur als eine aufeinanderfolgende Reihung von Ziffern sehen, im Sinne des ordinalen Zahlprinzips, sondern die Vorstellung entwickeln, dass Zahlen Mengen darstellen (kardinales Zahlprinzip). Diese Mengen wiederum lassen sich zerlegen in Teilmengen, was dem Teil-Ganzes-Konzept entspricht. Zum Aufbau des Verständnisses für die natürlichen Zahlen gehört weiterführend ein relationales Zahlkonzept, also das Verstehen, dass Zahlen in einer Relation zueinander stehen. Nur auf dieser Grundlage ist auch der Aufbau des Stellenwertverständnisses möglich (vgl. Gaidoschik et al., 2021, S. 5; Gerster & Schultz, 2004, S. 7; Häsel-Weide & Schöttler, 2021, S. 6). Dabei ist anzunehmen, dass die Entwicklung des Zahlbegriffes eine Basis des Stellenwertverständnisses darstellt. Kinder, die den kardinalen Zahlaspekt, die Beziehungen von Zahlen und das Teil-Ganze-Schema nicht verstehen, können auch kein kardinales Stellenwertverständnis aufbauen (Herzog et al., 2017, S. 282). Wie sich diese Entwicklung vollzieht, wird im nächsten Abschnitt dargestellt.

4.1.1 Die Entwicklung des Zahlenverständnisses

Die Vorüberlegungen aufgreifend heißt dies, dass im Sinne des ordinalen Zahlenverständnisses die Kinder zu Beginn die Zahlwörter oft noch ungeordnet aussprechen. Sie zeigen damit jedoch, dass sie die Zahlwörter als solche wahrnehmen. Abzählreime helfen den Kindern, sich die Reihenfolge richtig einzuprägen. Bis 12 müssen die Zahlwörter auswendig gelernt werden, danach folgt die Bildung der Zahlwörter nach festgelegten sprachlichen Regeln, wobei die Zahlwörter zwanzig und dreißig von der dann klaren Bildung *vier – zig*, *fünf – zig*, … abweichen und auswendig gelernt werden müssen. Nur weil ein Kind die Zahlwortreihe richtig aufsagen kann, bedeutet dies noch lange nicht, dass es auch zählend Anzahlen bestimmen kann. Trotzdem ist es ein wichtiger Schritt hin zu einem gefestigten Zahlenverständnis. Problematisch kann es dann werden, wenn Kinder sich von der Zahlwortreihe nicht lösen können hin zu einem Verständnis von Zahlen als Mengen und dann zählend rechnen (Gerster & Schultz, 2004, S. 328 f.). Die sprachliche Handlung, die beim Zählen als ein erster möglicher Schritt für das Zahlenverständnis erfolgt, ist immer dieselbe. Die Zahlenreihe wird in gleichbleibender Abfolge genannt. Dies sagt jedoch nichts über die innere Handlung des Kindes, über seine Denkprozesse aus. Ein wesentlicher Entwicklungsschritt ist die Erkenntnis, dass das ausgesprochene Zahlwort *sechs* oder auch die geschriebene Ziffer 6 sowohl das Ende des Zählvorganges bis zu sechs meint, als auch die Einheit, die gesamte Mächtigkeit der Menge (Gerster & Schultz, 2004, S. 65 f.). Diesem Entwicklungsschritt gingen jedoch schon vielfältige Erfahrungen voraus. Damit ein Kind überhaupt mit dem Zählen beginnt, muss es begreifen, dass eine sichtbare Anzahl, eine Häufung von Gegenständen, nicht unendlich, sondern begrenzt ist. Sie stellen eine in sich abgeschlossene Menge dar, wie zum Beispiel die Bausteine in einer Schachtel. Das beim Zählvorgang zuletzt genannte Zahlwort wird aber noch nicht als Angabe der Gesamtmenge verstanden. Zu diesem Zeitpunkt wird der Zählvorgang vom Kind wiederholt, wenn die Frage: „Wie viele sind das nun?“, gestellt wird (Gerster & Schultz, 2004, S. 56 f.). Umso mehr Wissen dieser Art miteinander verknüpft wird und umso mehr Wissensbeziehungen dadurch entstehen, desto konzeptioneller und tiefgehender wird das Wissen. Hat ein Kind eine Zahl konzeptionell erfasst, so nimmt es unterschiedliche Beziehungen, die der Zahl innewohnen, wahr. Dies können folgende Beziehungen sein: Ordinal gesehen kann die Zahl ein bestimmter Platz in einer Zahlenreihe sein. Kardinal gibt dieselbe Zahl die Mächtigkeit der Menge an. Die Zahl kann zerlegt werden, sie kann das Doppelte oder die Hälfte einer Zahl sein, sie kann um eins mehr sein als eine andere Zahl, sie kann ein Vielfaches einer Zahl sein, sie kann in einer anderen Zahl enthalten sein, sie kann sich als Fingerbild, als Punktfeld, als Strichliste, als Datum, als Tag in einer Woche, als Monat in einem Jahr etc. darstellen. All dies und noch mehr sind mögliche Beziehungen in Bezug auf eine bestimmte Zahl, die durch unterschiedliche, zuvor gemachte Erfahrungen und Prozesse des Wissensaufbaues entstehen und an die neues Wissen anknüpfen kann. Dieser Aufbau von möglichst vielen Beziehungen führt zum Verstehen einer Sache (Gerster & Schultz, 2004, S. 29 ff.). Das Verständnis für Mengen ist eine Kompetenz die von allen Schüler*innen erreicht werden muss und welche auch in Verknüpfung mit der Zahlwortreihe steht. Ein besonderer Entwicklungsschritt beim Zählen von Dingen ist, wenn das Kind verstanden hat, dass das zuletzt genannte Zahlwort die Mächtigkeit der ganzen Menge angibt, um im nächsten Schritt zu verstehen, dass aus den getrennten, einzeln abgezählten Objekten eine Menge mit einer gewissen Anzahl wurde, quasi eine neue Einheit. Durch diese Erfahrung kann sich das erste Verständnis, dass sich jede Zahl aus anderen Zahlen zusammensetzt, entwickeln. Hierbei kann die Simultanerfassung hilfreich sein, die es ermöglicht, Anzahlen bis 4 auf einen Blick zu erkennen. Ein zu bedenkender Fakt ist, dass in der deutschen Sprache sowohl für den ordinalen Aspekt, der beim Zählen jeder Zahl ihren Platz in der Zahlenreihe zuweist, als auch für den kardinalen Aspekt, der die Menge der gezählten Objekte angibt, dasselbe Zahlwort verwendet wird. Es gibt Sprachen, die für jeden der beiden Aspekte je eigene Zahlwörter haben, wie das zum Beispiel im Japanischen der Fall ist (Gerster & Schultz, 2004, S. 333 ff.).

Ein weiterer wesentlicher Bestandteil und Meilenstein im Aufbau des Verständnisses für Zahlen, das an das zuvor dargelegte Verständnis für die unterschiedlichen Beziehungen einer Zahl anknüpft, ist das Teil-Ganze-Konzept. Erst wenn dem Kind klar ist, dass jede Zahl sich aus anderen Zahlen zusammensetzt und dafür auch geeignete Vorstellungshilfen parat hat, kann es sich vom zählenden Rechnen überhaupt ablösen. Die eigenen Finger sind demnach nicht nur als Beiwerk des Zählprozesses zu verstehen. Sie stellen selbst ein Symbol, einen Repräsentanten für die gezählte Menge dar und können somit als eigenes Konzept neben dem Zählprozess gesehen werden. Daraus ergibt sich, dass prinzipiell zwei möglichen Formen der Anzahlrepräsentation jedem Menschen innewohnen. Einerseits sind dies die Zahlworte beim Zählvorgang und andererseits die Finger als Zählgeste (Gerster & Schultz, 2004, S. 67 f.). Wird das Teil-Ganze-Schema verstanden, so bildet es unter anderem die Grundlage, um Rechenstrategien entwickeln zu können, das Schreiben der Stellenwerte zu verstehen, die schriftlichen Rechenverfahren zu verstehen aber auch um Rechengeschichten lösen zu können. Kinder machen schon früh im Leben die Erfahrung, dass etwas ein Teil von einem Ganzen ist: ein Stück von einer ganzen Pizza zum Beispiel oder ein Glas Saft aus einer ganzen Karaffe voll Saft. Die wesentlichen Erkenntnisse dabei sind, dass das Ganze mehr ist als ein Teil davon. Nimmt man vom Ganzen etwas weg, wird es weniger, fügt man wieder einen Teil dazu, wird es mehr. Ein

Knackpunkt ist, dass es den Kindern im nächsten Schritt gelingen muss, dieses Vorwissen auf die Zahlen anzuwenden (Gerster & Schultz, 2004, S. 339).

4.1.2 Fördermöglichkeiten im Unterricht

Damit konkrete Fördermöglichkeiten im Unterricht sinnstiftend durchgeführt werden können, bedarf es eines diagnostischen Blickes auf das Kind. Dazu muss Folgendes bedacht werden: Kinder handeln aus ihrer Sicht immer logisch, auch wenn das Herangehen für die Erwachsenen alles andere als logisch erscheint. Die große Kunst, den Schüler*innen beim mathematischen Lernen ernsthafte Hilfestellung geben zu können, besteht darin, die Erwachsenenperspektive abzulegen und zu versuchen zu verstehen, wie das Kind gedacht hat und was sein Ergebnis über seinen aktuellen Wissenstand aussagt. Dazu bedarf es einerseits genauer Beobachtungen und andererseits können Gespräche mit den Kindern über ihre Gedankengänge und Handlungen aufschlussreich sein, um Hürden in der mathematischen Entwicklung zu identifizieren und die Kinder durch gezielte Förderung zu unterstützen. Auf dem Weg, das Denken der Schüler*innen zu verstehen, kann es unter anderem hilfreich sein, das Kind sein Herangehen zeichnen beziehungsweise aufschreiben zu lassen. Auch Fehler, die es bei der Lösung von Aufgaben macht, können aufschlussreich sein, wenn man sie nicht als reines Nichtverstehen des Kindes abtut, sondern bereits hier versucht, die Schritte des Tuns und des Denkens des Kindes zu verstehen. Dabei muss eine wissenschaftliche Basis gegeben sein. Die Deutung muss also wissenschaftlich fundiert sein (Gerster & Schultz, 2004, S. 17 f.). Das informelle Wissen, das Wissen also, das die Kinder in sich tragen und durch Erfahrungen und Gespräche außerhalb des Systems Schule aufgebaut haben und mitbringen, sollte immer genutzt werden, um von starren, vorgegebenen Rechenwegen abzuweichen und eigene Möglichkeiten zu finden. In diesem Zusammenhang muss weiters festgehalten werden, dass es nicht zielführend ist, wenn Kinder starr Fertigkeiten, Prozeduren und Rechenverfahren nach gleichbleibendem Schema lernen, ohne zu verstehen, was sie tun und warum sie das so tun. Verständnis für eine mathematische Sache zu erwecken ist wesentlich, um später darauf aufbauende Inhalte in das eigene Denken integrieren zu können und so Beziehungen und damit konzeptionelles Wissen aufzubauen (Gerster & Schultz, 2004, S. 39 ff.) Von den Inhalten her sollte der Zahlenraum 10 in der ersten Schulstufe möglichst in seiner Gesamtheit angeboten werden und künstliche Grenzen, wie die Einschränkung auf den Zahlenraum 5, sollten vermieden werden. Die wichtigen Zahlzerlegungen können so von Beginn an erfahren werden (Gaidoschik, 2021, S. 162). Damit Kinder schneller Sicherheit im Aufbau der Zahlen und im Verständnis für das Stellenwertsystem und folglich bei der Ablösung vom zählenden Rechnen, die dezidiert im Lehrplan gefordert wird, erlangen, kann ein Zugang die Verwendung von stellenwertgerechten Zahlwörtern sein. In der aktuellen Literatur wird dies als eine vorübergehende Maßnahme vorgeschlagen. Ist das Verständnis hinsichtlich der Zehner-Einerstruktur der Zahlen aufgebaut, kann zu den gebräuchlichen Zahlworten zurückgewechselt werden. Diese Maßnahme ist vergleichbar mit dem Herangehen im Anfangsunterricht im Unterrichtgegenstand Deutsch. Auch hier wird beim Erlernen der Graphem-Phonem-Korrespondenz im ersten Schuljahr nicht der Buchstabenname des Graphems genannt, sondern der entsprechende Laut. Das heißt, „m" wird mit /m/ benannt und gesprochen und nicht mit /ɛm/. Erst wenn die Laute dem jeweiligen Buchstaben und umgekehrt die Buchstaben den jeweiligen Lauten richtig zugeordnet werden können, fließen ab der zweiten Schulstufe auch die eigentlichen Buchstabennamen in das unterrichtliche Geschehen ein (vgl. Eckstein, 2020, S. 9; Gaidoschik, 2021, S. 172; Gerster & Schultz, 2004, S. 84).

Um die Entwicklung des Teil-Ganzen-Verständnisses zu fördern, welches meist zu Schuleintritt noch nicht gefestigt ist, können Sachaufgaben wichtige Denkprozesse anregen (Gerster & Schultz, 2004, S. 78). Aus den Vorerfahrungen der Kinder, in denen sie ganz praktisch gelernt haben, dass etwas ein Teil von einem Ganzen ist, soll die Übertragung des informellen Wissens auf die Zahlen erfolgen. Damit dies gelingen kann, muss die Lehrkraft ihren Unterricht entsprechend gestalten. Übungen, bei welchen Mengen auf einen Blick erkannt werden sollen, wie bei Punktdarstellungen aber auch Darstellungen am Zehnerfeld, sind wichtige Übungen in diesem Bereich. Die Kinder sollen schnell erkennen, wie viele Felder belegt sind und vor allem, wie viele Felder auf 10 noch fehlen. Je nach Anordnung der Darstellungsform kann in diesem Bereich die Simultanerfassung beziehungsweise die Quasisimultanerfassung hilfreich sein und im gleichen Schritt geschult werden. Es wird hier eine wesentliche Grundlage gelegt, um Zahlbeziehungen zu erlernen und einen sicheren Umgang mit Zahlen zu erwerben (Gerster & Schultz, 2004, S. 339 f.). Weiters ist davon auszugehen, dass die Finger als Repräsentanten das Verständnis für das Teil-Ganze-Prinzip fördern. Weitere Vorteile sind, dass gleich zwei Sinne angesprochen werden: das Sehen und das Fühlen in Kombination. Mit der Aufteilung der Finger zu je zwei Fingerpaketen ist zusätzlich eine Erleichterung beim Erkennen von Mengen, die größer als 5 sind gegeben. Folglich kann es für Kinder verwirrend sein, wenn sie eher fingerorientiert denken, aber zählend an Mengen herangeführt werden. Allerdings muss hier nochmals eindeutig unterschieden werden, ob die Finger als Fingerpakete, als Einheiten, Verwendung finden, oder als einzelne Zahlen in der Zahlenreihe gesehen werden (Gerster & Schultz, 2004, S. 71 f.). Wie sich im nächsten Abschnitt zeigen wird, ist das Teil-Ganze-Schema außerdem eine wichtige Basis, wenn es später darum geht, die Zahlen bis 100 als Gefüge aus Zehnern und Einern wahrzunehmen (Gerster & Schultz, 2004, S. 349). Da die Erarbeitung des Stellenwertverständnisses beim Aufbau der natürlichen Zahlen eine wichtige Stellung einnimmt, soll nun näher auf die Entwicklung, mit Fokus auf dem Prinzip der Bündelung und einen förderlichen Unterricht eingegangen werden.

4.2 Die Erarbeitung des Stellenwertverständnisses

Wie sich im Folgenden detailliert zeigen wird, ist sich die Fachwissenschaft sicher, dass ein tiefes Verständnis für das dezimale Stellenwertsystem bei den Schüler*innen verankert sein muss. Ein reines Anwenden und Nutzen ohne das Verstehen der Struktur, führt zu erfolglosem Operieren. Dabei muss als eine besondere Erschwernis die verwirrende Zahlwortbildung im Deutschen gesehen werden (Herzog et al., 2017, S. 268). Nicht von der Hand zu weisen ist die Tatsache, dass einige der Kinder Probleme beim Erwerben der nötigen Kompetenzen im Zusammenhang mit dem Stellenwertsystem haben. Diese Schwierigkeiten zeigen sich hierbei nicht nur im Bereich der Primarstufe und auch nicht nur bei generell leistungsschwächeren Schüler*innen. Es handelt sich weiters um eine Problematik, die sich weltweit zeigt (Herzog et al., 2017, S. 272). Auch Moeller et al. konnten in ihrer Längsschnittstudie zum frühen Stellenwertverständnis als Prädiktor für weiterführende mathematische Leistungen klar eruieren, dass die Erarbeitung eines tragfähigen Konzeptes des Stellenwertsystems eine wesentliche Grundlage und Voraussetzung für Rechenleistungen in weiterführenden Schulstufen, hier konkret bezogen auf die dritte Schulstufe, ist (Moeller et al., 2011). Voraussetzungen für das Erlernen des Stellenwertsystems sind das Wissen über die Art und Weise, wie Zahlen geschrieben und gesprochen werden (prozedurales Wissen) und die Einsicht in das dem System zugrundeliegende Bündelungsvorgehen (konzeptionelles Wissen). Das Prinzip der fortgesetzten Bündelung ist das Kernstück, das verinnerlicht sein muss, um ein tragfähiges Stellenwertverständnis aufbauen zu können, weshalb es im Abschnitt 4.2.2 nochmals besonders beleuchtet wird (vgl. Gerster & Schultz, 2004, S. 81 f. Herzog et al., 2017, S. 270). Gaidoschik (2021) sieht in der richtigen Sprechweise keine Voraussetzung, die zum Erlernen des Stellenwertes dringend nötig ist, sondern einen Bereich, der wohl mit den Kindern bewusst angesprochen und aufgearbeitet werden muss, jedoch erst, wenn sie in einer Zahl das Konstrukt der Zehner und Einer verstanden haben (Gaidoschik, 2021, S. 171). Nähere Ausführungen finden sich dazu im Punkt 4.2.3.

4.2.1 Die Entwicklung des Stellenwertverständnisses

Die Entwicklung des Verständnisses für den Stellenwert braucht Zeit. Es werden dabei einige Stufen durchlaufen. Basierend auf den Erkenntnissen vorangegangener Forschungen, haben Herzog et al. (2017) diese Stufen für den deutschsprachigen Raum in ein Modell übertragen, welches durch mehrere Studien belegt werden konnte. Die Grundannahme ist dabei, dass eine mehrstellige Zahl, vor Entwicklung des Stellenwertverständnisses vom Kind als nicht zerlegbare Einheit, als Gesamtheit, gesehen wird und es die enthaltenen Bündelungseinheiten (Einer, Zehner, Hunderter usw.) nicht wahrnimmt. Erst nach dieser Vorstufe setzt die eigentliche Entwicklung ein (vgl. Herzog et al., 2017, S. 274; Schipper et al., 2015b, S. 48). Auch Gerster & Schultz (2004) sehen die Ausgangslage so, dass jede Zahl vom Kind zuerst als Entität ohne Stellenwert wahrgenommen wird. Die Gefahr besteht im nächsten Schritt darin, dass durch gut gemeinte Erklärungsversuche bei der Einführung der Stellenwerte, die vorherige Sichtweise der Zahl neben der neuen Sichtweise bestehen bleibt und es nicht zur erwünschten Neustrukturierung der alten Sichtweise kommt. Ein weiterer wichtiger Punkt ist, ob und wie das Kind eine Zahl in Teilen wahrnehmen kann. Eine wichtige Fragestellung in Bezug auf diese Fähigkeit wäre, ob das Kind zum Beispiel an der Zahl 37 erkennt, dass sie aus den Teilen 30 und 7 besteht. Dieses Herauslösen der Teile gelingt erst nach und nach. Das Kind kann zuerst 30 als einen Teil von 37 erkennen oder 7 aber nicht beide zeitgleich. Gelingt es die beiden Teile zeitgleich wahrzunehmen, ist dafür die Ganzzahl 37 nicht mehr greifbar. In dieser Entwicklungsphase ist es für Kinder auch noch schwer zu begreifen, dass das Hinzufügen eines Zehners die Zahl um 10 vergrößert (Gerster & Schultz, 2004, S. 94 ff.). Von der genannten Ausgangslage kommt es also im weiteren Verlauf zuerst zur Wahrnehmung, dass eine zweistellige Zahl aus Zehnern und Einern besteht. Das bedeutet noch nicht, dass die Kinder verstehen, was ein Zehner/ein Einer genau ist. Sie haben lediglich verstanden, dass die Zehner eine bestimmte festgelegte Position (links) haben und die Einer ebenfalls eine fixe Stelle (rechts) in der Zahl haben und sie können diese Stelle mit den Namen Zehner und Einer benennen (Herzog et al., 2017, S. 275). Auf der nächsten Ebene begreifen Kinder das Verhältnis von Zehnern und Einern. Um Zahlen bündeln und entbündeln zu können, braucht es auf dieser Stufe strukturiertes Anschauungsmaterial (Einerwürfel, Zehnerstangen, …). Dann ist es Kindern auch möglich, im Zahlenraum 100 Additionen mit Zehnerübergang zu lösen. Im nächsten Schritt erlangen die Kinder zunehmend Sicherheit im Bündeln und Entbündeln. Es gelingt ihnen außerdem, nicht-kanonische Bündelungen vorzunehmen und das auch ohne Anschauungsmaterial. Nun ist das Subtrahieren im Zahlenraum 100 mit Zehnerübergang möglich. Auf der letzten Stufe kann das zuvor erworbene Wissen auf höhere Einheiten (Hunderter, Tausender, …) angewandt werden. Die Null in Ziffern wird verstanden als kein Bündel an dieser Stelle (Herzog et al., 2017, S. 280).

4.2.2 Das Prinzip der fortgesetzten Bündelung als wichtiger Faktor

Hier nun vertiefend dargestellt, entsteht ein nächstgrößeres Bündel, eine nächstgrößere Kategorie immer dann, wenn das vorherige Bündel eine gewisse Größe erreicht hat. Diese Größe bleibt immer gleich. Im dezimalen Stellenwertsystem ist ein Bündel voll, wird also zur nächstgrößeren Kategorie, wenn es 10 Einheiten erreicht hat. Dies ist dann die Basiszahl des Systems.

Da im dezimalen Stellenwertsystem immer 10 Elemente eines Bündels 1 Element der nächsthöheren Kategorie darstellen, sind alle Ziffern in der Zahl selbst einstellig. Es zeigt sich hier ganz deutlich die Wichtigkeit der Null. Eine Stelle ohne Bündel wird so klar ersichtlich. Der Platz wird durch die Null freigehalten. Ein Unterschied zwischen 2023 und 223 wäre sonst nicht mehr sichtbar (Herzog et al., 2017, S. 266 f.). Bei einer zweistelligen Zahl wird die Menge der Zehnerbündel links geschrieben und steht somit an erster Stelle und die dann noch übrigen Einer stehen rechts davon (Schipper et al., 2015a, S. 106). Das Verständnis für die fortgesetzte Bündelung ermöglicht das Verständnis für den Aufbau des Stellenwertsystems. Die ist einerseits notwendig, um Rechenstrategien entwickeln zu können oder auch Überschlagsrechnungen durchführen zu können. Andererseits können an dieses Verständnis auch Inhalte anknüpfen, wie zum Beispiel im Bereich Größen, wenn es um das Umwandeln von Maßeinheiten geht (Herzog et al., 2017, S. 270 f.). Die Schwierigkeit und gleichzeitig die wesentliche Einsicht ist dabei das Bündeln von 10 Einern zu einem Zehner und im Umkehrschluss das Entbündeln von einem Zehner in 10 Einer. Besonders deutlich wird dies bei Rechnungen mit Zehnerübergang. Es fällt den Kindern anfangs besonders schwer, eine Zahl als Verbindung von ganzen Zehnern, die wiederum aus Einern bestehen, und Einern zu verstehen (vgl. Gerster & Schultz, 2004, S. 89 ff. Herzog et al., 2017, S. 271). Dass ein Kind bei einer geschriebenen Zahl benennen kann, was die Zehnerstelle und was die Einerstelle ist, bedeutet noch lange nicht, dass es auch verstanden hat, dass ein Zehner aus zehn Einern zusammengesetzt ist (Gerster & Schultz, 2004, S. 81 f.). Die im Deutschen bestehende inverse Sprechweise und die generelle Unregelmäßigkeit der Zahlwortbildung stellen dabei eine besondere Herausforderung dar (Herzog et al., 2017, S. 269). Eine weitere Schwierigkeit ist, dass die Zahl 10 als Einheit, die aus 10 Einern besteht und dann 1 Zehner genannt wird, verstanden werden muss und dass dieser Zehner außerdem ein Teil einer anderen Zahl sein kann und diese wiederum durch zum Beispiel Hinzufügung eines Zehners um Zehn mehr wird und sich die Zehnerstelle darum um 1 verändert. Der Zehner ist also ein Konstrukt, eine Einheit, die als solche von den Kindern erst wahrgenommen werden muss (Gerster & Schultz, 2004, S. 86 f.). Bei der Standarddarstellung, auch kanonische Darstellung genannt, wird die Zahl in die so im Schriftbild wahrnehmbaren Zehner und Einer zerlegt. Für die Zahl 39 würde das bedeuten, dass sie als Zusammensetzung von 3 Zehnern und 9 Einern verstanden werden würde. Eine andere Möglichkeit wäre die Zerlegung in 2 Zehner und 19 Einer, die ein tieferes Verständnis für die Struktur des Dezimalsystems fordern (Herzog et al., 2017, S. 270). Von einem gesicherten Stellenwertverständnis kann dann gesprochen werden, wenn das Prinzip der fortgesetzten Bündelung so verinnerlicht wurde, dass auf dieser Basis sicher transkodiert werden kann (Schulz, 2018, S. 6).

4.2.3 Fördermöglichkeiten im Unterricht

Wie im Abschnitt 4.1.2 dargelegt, muss auch hier die Diagnostik, wie beschrieben, der erste Schritt sein. Nur mit einem fundierten Wissen über den Lernstand, die mathematischen Entwicklungsschritte des Kindes und über die dadurch erkannte zugrundeliegende Problematik kann eine sinnvolle Förderung stattfinden.

Damit im dezimalen Stellenwertsystem mit beliebig großen Zahlen gearbeitet werden kann, müssen Grundlagen gegeben sein. Die Zahlen bis 10 müssen in ihrem Zahlbegriff gefestigt sein. Sicherheit im Zahlenraum 10 ist die Grundlage für alle anderen Zahlenräume. Es müssen also Beziehungen zu anderen Zahlen klar sein und es muss verstanden worden sein, wie dieses Stellenwertsystem strukturieret ist. Sind die Zahlbeziehungen bis 10 gefestigt, so kann ohne Zehnerüberschreitung durch Analogiebildung in höheren Zahlenräumen gut gearbeitet werden. Ist auch das Teil-Ganzes-Konzept verstanden und für die Zahlen bis 9 in allen möglichen Zerlegungen abrufbar, stellt der Zehnerübergang kein Problem dar (Gaidoschik, 2021, S. 162 f.). Kinder müssen von einem ordinalen Zahlenverständnis zu einem kardinalen Zahlenverständnis kommen, um eine Zahl als zerlegbar zu verstehen, was nicht bedeutet, dass alle Rechnungen im Zahlenraum 10 automatisiert sein müssen. Dies ist keine Voraussetzung für das Verstehen von Zehnern und Einern, da der erste Schritt nicht das Rechnen mit diesen ist, sondern das Bündeln und die richtige Notation im Stellenwertsystem (Gaidoschik, 2021, S. 165). In einem nächsten Schritt kann die Erarbeitung mit strukturiertem Material eine wichtige Hilfestellung sein. Wesentlich ist es jedoch zu bedenken, dass das alleinige Hantieren und Manipulieren mit Material sinnlos bleiben kann, wenn das Kind keine Beziehung herstellt, wie zum Beispiel die Beziehung, dass eine Zehnerstange gleich viel wert ist wie zehn Einerwürfel. Dazu muss vom Kind selbst aktiv über sein Tun reflektiert werden, um ein mathematisches Konzept konstruieren zu können, ansonsten bleibt das Material ein Ding ohne Sinn und wird keine Hilfe (vgl. Gaidoschik, 2021, S. 65; Gerster & Schultz, 2004, S. 29). Es müssen also die Eigenschaften des Materials passend sein und es muss genügend Zeit und Raum zur intensiven Auseinandersetzung gegeben werden. Außerdem ist der Einfluss des Entwicklungsstandes des Kindes zu bedenken. Die Hundertertafel kann beispielsweise zu einem bestimmten Zeitpunkt hilfreich sein, weil es dem Kind schon möglich ist, in Zehnerschritten zu denken und sich das Kind so neue Rechenstrategien erschließen kann. Hat das Kind noch keine Zehnervorstellung kann genau dasselbe Material für das Kind sinnlos bleiben und keinen nötigen Reflexionsprozess in Gang setzen (Gerster & Schultz, 2004, S. 98).Generell kann Material prinzipiell dienlich sein, um in enaktiven Phasen Sachverhalte für Kinder besser verstehbar zu machen. Dabei muss der Lehrperson jedoch bewusst sein, dass Material nicht selbsterklärend ist. Der Umgang mit jedem neuen Material muss mit den Schüler*innen erarbeitet und erlernt werden. Die dem Material innewohnenden Strukturen müssen im wahrsten Sinne des Wortes begriffen werden. Die falsche Wahl kann sich sogar kontraproduktiv auswirken, rein zählendes Rechnen begünstigen und im schlimmsten Fall Lernfortschritte verhindern. Eine Vielzahl von angebotenen Materialien kann sogar auch ein Zuviel bedeuten.

Letztendlich darf dabei das eigentliche Ziel nie aus den Augen verloren werden: das Ablösen vom Material, das Durchlaufen von der enaktiven hin zur ikonischen und weiter zur symbolischen Ebene, um flexibles Rechnen mit vielfältigen Strategien zu erlernen (Schipper et al., 2015a, S. 6 f.). Darum wäre für die Erarbeitung des Stellenwertverständnisses eine denkbare Herangehensweise, die Kinder eine Anzahl von über 10 Würfeln zählen zu lassen und sie nach Möglichkeiten der Verschriftlichung zu fragen. Manche Kinder werden die Zahl kennen, wesentlich ist es jedoch die Verbindung von Ziffernschreibweise (17 bei siebzehn Würfeln) und 1 Zehner 7 Einer herzustellen. Dies kann mit den Kindern mit Steckwürfeln verwirklicht werden. 10 der 17 Würfel werden 1 Zehnerstange, was man an der geschriebenen Zahl sehen (**1**7) kann. 7 Würfel bleiben einzeln über. Auch das sieht man an der Zahl (1**7**). Diesen Vorgang sollen Kinder unbedingt mit einer selbstgewählten Anzahl von Würfeln wiederholen. Dabei kann die Erkenntnis entstehen, dass das Zusammenstecken von 10 Würfeln zu 1 Zehnerstange (Bündeln) mehrmals möglich sein kann. Das Selbsterstellen der Zehner ist dabei wesentlich für den Verständnisaufbau. Um anfangs die Notation der entstandenen Bündelungen zu vereinfachen, bietet sich eine Zehner-Einer-Tabelle an. Zu diesem Zeitpunkt geht es nur um das Verschriftlichen, noch nicht um die Sprechweise (Gaidoschik, 2021, S. 167 f.). Erst wenn die Kinder beim Blick auf eine Zahl sicher sagen können, aus wie vielen Zehnern und Einern sie besteht, soll die Sprechweise thematisiert werden. Gaidoschik (2021) schreibt dazu: „Die Grundregel, die es bei aller Unregelmäßigkeit der deutschen Zahlensprechweise dann ja doch gibt: „-zig“ kennzeichnet (üblicherweise!) die Zehnerstelle; „43“ sollte also eigentlich „vierzig-drei“ oder auch „vierzig und drei“ heißen.“ (S. 171).

4.3 Resümee

In diesem Kapitel wurden die Forderungen des Lehrplans herausgestrichen und festgestellt, dass die Behandlung der inversen Sprechweise im Unterricht eine wichtige Basis für die weitere Entwicklung eines gefestigten Zahlbegriffes und damit einhergehend eines guten Stellenwertverständnisses darstellt. Es wurden förderliche Schritte für den Mathematikunterricht, wie zum Beispiel das Arbeiten mit Fingerpakten oder das Bündeln mit Steckwürfeln aufgezeigt. Dass die Behandlung der inversen Sprechweise eine wichtige mathematische Basis ist, zeigt sich auch im Kapitel 5, in welchem die aktuellen empirischen Befunde dargelegt werden.

5 Empirische Befunde

In der aktuellen Literatur befassen sich viele Beiträge, vor allem aus dem Bereich der Psychologie, mit den lexikalischen Einflüssen, und hier besonders mit dem Einfluss der Zahlwörter, auf die mathematischen Kognitionen. Nurek et al. (2015) gehen davon aus, dass sich mathematische Kompetenzen allgemein, also auch bei Aufgaben, die gar keine Zahlwörter enthalten, besser entwickeln, wenn in einer Sprache eine transparente Struktur der Zahlwörter vorherrscht. Aber nicht nur lexikalische Bereiche können auf die mathematischen Fähigkeiten einwirken, sondern auch semantische, syntaktische oder phonologische Bereiche. Hierbei ist noch vieles offen und die Forschung muss noch weitere, beziehungsweise genauere Untersuchungen anstellen. Es ist oft noch unklar, wie genau und auf welche mathematischen Fähigkeiten in welcher Entwicklungsphase sprachliche Einflüsse einen Effekt haben (Dowker & Nuerk, 2016, S. 7 f.). Es zeigt sich deutlich, dass die Sprache auf jeden Fall Einfluss auf die gesamte mathematische Entwicklung nimmt. Daher wäre es unzureichend davon auszugehen, dass sich die Probleme „auswachsen". Wie bereits eingangs im ersten Kapitel dargestellt, haben Erwachsene auf Grund ihrer jahrelangen Erfahrung mit dem deutschen Zahlwortsystem und der inversen Schreibweise zumeist keine Probleme bei der Verschriftlichung von Zahlen (Schipper et al., 2015a, S. 106).

Es gibt einige Studien und Modelle aus unterschiedlichen Fachbereichen, die versuchen, die Prozesse der Zahlverarbeitung, der Transkodierung und des Rechnens zu erhellen. Eines davon ist das Triple-Code-Modell von Dehaene & Cohen (1995). Es versucht auf kognitiv-neuropsychologischer Ebene die Verarbeitungsprozesse von Zahlen darzustellen, aber auch jene das Rechnen betreffend, allerdings auch hier bei Erwachsenen. Dabei wird davon ausgegangen, dass Zahlen in drei unterschiedlichen Formen dargestellt werden können. Dies kann in Wortform, in Form von arabischen Ziffern oder auch als innere Vorstellung einer Zahl möglich sein. Zur Darstellung und Verarbeitung in Wortform gehört das Wissen über die Zahlwörter in ihrer geordneten Reihe. Zur Form der arabischen Ziffern gehört auch die Handhabung von mehrstelligen Zahlen oder das Urteilsvermögen über die Teilbarkeit einer Zahl durch 2. Zur letzten Verarbeitungs- und Darstellungsform, die sich in einem inneren Vorstellungsbild über Mengen und Zahlen zeigt, gehört zum Beispiel die Vorstellung von Zahlen auf einem inneren Zahlenstrahl, das Subitizing (Erkennen einer Menge auf einen Blick, ohne sie zählen zu müssen) oder das Abschätzenkönnen von Mengen. Zwischen diesen drei Formen finden immer auch Übersetzungen statt; es wird transkodiert von einer Form in eine andere (Gerster & Schultz, 2004, S. 225 f.) Dieses Modell zeigt deutlich, dass die Transkodierung eine wesentliche Basisfähigkeit im Aufbau eines gesicherten Zahlenverständnisses ist und in weiterer Folge zur Ablösung vom zählenden Rechnen nötig ist.

So zeigen Moeller et al. (2015), dass es eine statistisch signifikante Korrelation zwischen der Übersetzungsfähigkeit im ersten Schuljahr und dem mathematischen Können samt entsprechender Schulnote im Unterrichtsgegenstand Mathematik im dritten Schuljahr gibt (Moeller et al., 2015).

Klein et al. (2013) gehen davon aus, dass die inverse Sprechweise von Zahlwörtern nicht nur Auswirkungen auf verbal gestellte Aufgaben hat, sondern auch auf alle anderen nicht verbalen Formen numerischer Anforderungen. Dabei ist die Entwicklung des Zahlbegriffs im Kindesalter besonders bei mehrstelligen Zahlen stark von der Sprache beeinflusst. Es wird von Klein et al (2013) festgehalten, dass die Inversion bei Zahlwörtern und insgesamt die unregelmäßige Bildung von Zahlwörtern in zum Beispiel der deutschen Sprache, eine große Hürde in der kindlichen Entwicklung in Bezug auf numerische Fähigkeiten ist. Dabei sind nicht nur die Leistungen betroffen, die im Zusammenhang mit der direkten Verwendung und Übersetzung von Zahlwörtern stehen, sondern auch das Verständnis für einen gefestigten Zahlbegriff (Klein et al., 2013, S. 2013).

In der Wissenschaft ist man sich einig, dass Probleme in den Bereichen Zahlbegriff, -verständnis und Stellenwertverständnis und daraus resultierend beim flexiblen Rechnen, besonders dann entstehen können, wenn Zahlwortsysteme nicht transparent sind, also die Sprechweise der Zahlwörter nicht der stellenwertgerechten Schreibweise folgt (Klein et al., 2013; Pixner et al., 2011; Zuber et al., 2009).

Pixner et al. (2011) untersuchten tschechische Kinder, um Schlüsse ziehen zu können, ob und wie ein Zahlwortsystem sich auf numerische Verarbeitungsprozesse auswirkt. Dies erfolgte mit Hilfe von Zahlendiktaten in invertierter Sprechweise und nicht invertierter Sprechweise. Die tschechische Sprache bietet diese Möglichkeit in besonderer Weise, da beide Zahlwortformen im Sprachgebrauch verwendet werden. Durch diese Besonderheit konnte ausgeschlossen werden, dass kulturelle oder das Bildungssystem betreffende Faktoren die Ergebnisse beeinflussen oder verzerren. Es konnte folglich nachgewiesen werden, dass die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in Abhängigkeit stehen zu der Form wie ein Zahlwortsystem aufgebaut und strukturiert ist und ob es transparent ist. In dieser Studie wurde dabei weiters davon ausgegangen, dass bei einer inversen Sprechweise eine höhere Anforderung an die Kapazitäten des Arbeitsspeichers der Kinder gestellt wird. Jeder Transkodierungsprozess belastet das Arbeitsgedächtnis in besonderer Weise (Pixner et al., 2011).

Van der Ven et al. (2017) haben in ihrer groß angelegten Studie über 25 000 niederländische Kinder untersucht, um die Zusammenhänge zwischen Transkodierungsprozessen, den mathematischen Leistungen und dem Arbeitsgedächtnis zu erforschen. Dabei kamen sie zu dem

Schluss, dass der Transkodierungsprozess durch die inverse Sprechweise komplizierter wird und dass es auch im 6. Schuljahr immer noch Kinder gibt, welche sehr viele Inversionsfehler machen. Die Arbeitsspeicherkapazität steht in großem Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen. Kann man von einer gleichen Arbeitsspeicherkapazität ausgehen, so korrelierte eine höhere Fehlerrate bei den Aufgaben zur Transkodierung mit einer niedrigeren mathematischen Leistungsfähigkeit (van der Ven et al., 2017).

5.1 Resümee

Die Zusammenschau des Forschungsstandes erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Die beschriebenen Forschungen zeigen jedoch, dass Sprache Einfluss auf die mathematische Entwicklung nimmt. Die Transkodierfähigkeit zwischen den unterschiedlichen Zahldarstellungsmöglichkeiten fungiert als wichtige Basisfunktion für den Aufbau eines gesicherten Zahlverständnisses und ist weiterführend richtungsweisend für spätere mathematische Leistungen. Die Transkodierfähigkeit und daraus folgend der Aufbau des Verständnisses für Zahlen ist erschwert bei Sprachen, die Zahlwörter invers aussprechen. Bei inversen Zahlwörtern ist das Arbeitsgedächtnis mehr gefordert und es kommt zu höheren Belastungen. All diese empirischen Befunde zeigen ein sehr einheitliches Bild und unterstreichen die Relevanz der folgenden Studie.

6 Empirische Forschung

In diesem Kapitel werden die wissenschaftlichen Grundlagen der Forschung dargelegt: Das Vorgehen der Gewinnung und der Verarbeitung der empirisch erhobenen Daten soll beschrieben werden. Wesentlich in allen empirischen quantitativen Forschungen, zu welchen diese Studie zählt, ist, dass der Datenerhebung eine sehr genaue, durchdachte Planung vorausgehen muss. Das Datenerhebungsinstrument wird nicht mehr geändert. Genauso wird während der Analyse der Daten am vorhandenen Datensatz nichts mehr verändert (Döring & Bortz, 2016, S. 23 ff.). Da sich also Entscheidungen aus dem Planungsprozess unwiderruflich auf die gesamte Forschung auswirken, wurde für die Planung der Studie viel Zeit in Anspruch genommen und es wurde, wie sich in der Darstellung des Studiendesigns zeigen wird, versucht, mögliche Einflussfaktoren genau zu bedenken. Damit wichtige Faktoren in diesem Planungsprozess genug Berücksichtigung finden und die komplexe Auswertung der erhobenen Daten fachgerecht und mit der nötigen Expertise erfolgt, fand in diesem Teil der Arbeit eine bereichernde, effiziente Zusammenarbeit mit Herrn PD Dr. rer. medic. Peter Morfeld, Universität Bochum und Köln, statt. Da das zur Auswertung verwendete Programm Stata 14 eine große Komplexität aufweist und es Erfahrung im Umgang mit diesem braucht, hat sich Herr PD Dr. rer. medic. Peter Morfeld dankenswerterweise dazu bereit erklärt, die Daten auszuwerten. Nach gemeinsamen Besprechungen erfolgte die Überführung der Ergebnisse in die Arbeit. Es sollen also im folgenden Teil der Arbeit nach der Darstellung des Studiendesigns sowohl das Messinstrument vorgestellt, als auch der Vorgang der Datenerhebung sowie die Auswertungsmethode beschrieben werden. Um auch forschungs- und wissenschaftsethischen Gesichtspunkten gerecht zu werden, wird im Punkt 6.5 auf Aspekte des wissenschaftlichen Tuns, sowie den Umgang mit Daten eingegangen.

6.1 Studiendesign und Hypothesen

Ziel der vorliegenden Studie ist es, vorrangig durch Messung der Zeitdauer und der Fehleranzahl den Effekt der Sprechweise in drei Untersuchungsgruppen zu eruieren, um in einem weiteren Schritt durch eine zufallskritische Analyse folgendes Hypothesenpaar zu prüfen und die Forschungsfrage zu beantworten:

*Können Schüler*innen bei einer Schreibung der Zahlen, die mit der Sprechweise hinsichtlich des Stellenwertes übereinstimmt, Zahlen schneller und fehlerfreier verschriftlichen?*

H1: Es besteht ein Unterschied in der Geschwindigkeit und Fehlerhäufigkeit beim Transkodieren von Zahlen zwischen einer stellenwertgerechten Sprechweise und der im deutschen Sprachraum üblichen inversen Sprechweise in einem Zahlendiktat.

H0: Es besteht kein Unterschied in der Geschwindigkeit und Fehlerhäufigkeit beim Transkodieren von Zahlen zwischen einer stellenwertgerechten Sprechweise und der im deutschen Sprachraum üblichen inversen Sprechweise in einem Zahlendiktat.

Dabei wird gleichzeitig die Zwanzigeins-App als Messinstrument evaluiert. Es entspricht nicht dem Ziel der Studie, von einem zufällig gezogenen Teil der Grundgesamtheit aus Verallgemeinerung anzustellen.

Um valide Informationen über Veränderungen geben zu können, bedarf es Längsschnittstudien. Querschnittstudien können oftmals nur Trends und Tendenzen angeben. Gerade diese Veränderungen, im zeitlichen Kontext gesehen, zu ergründen, die unter anderem die Fähigkeiten eines Individuums betreffen können, ist ein Anspruch den die Forschung im erziehungs- und sozialwissenschaftlichen Bereich an sich stellt. Kausalzusammenhänge zwischen Exposition und Responsvariablen können so herausgefiltert werden (Gogolin & Stecher, 2014, S. 265).

Von der Grundstruktur her handelt es sich bei der vorliegenden Studie um eine experimentelle Längsschnittstudie. Genau beschrieben werden kann sie als balanciertes randomisiertes kontrolliertes Experiment, auch Cross-over RCT (randomized controlled trial) genannt (Young et al., 2015, S. 4). Bei Längsschnittstudien wird die zu beobachtende Einheit (in diesem Fall Schüler*innen) im zeitlichen Verlauf mehrfach beobachtet, bei Querschnittsstudien nur einmal. Längsschnittstudien haben den Vorteil, dass jede Beobachtungseinheit als seine eigene Referenz fungiert, wodurch konstante, individuelle Variablen, wie Alter, Geschlecht, Sozialstatus der Eltern, Geschwisterzahl, Grad der pädagogischen Unterstützung durch die Eltern, Sitzplatz in der Klasse und ähnliche Faktoren, keinen Einfluss haben können. Längsschnittstudien werden grob in Zeitreihen und Panelstudien gegliedert. Bei Zeitreihen ist die Zahl der Perioden (in diesem Fall Aufgabenblöcke/Durchgänge) größer als die Zahl der Beobachtungseinheiten (Schüler*innen), bei Panelstudien ist die Zahl der Perioden kleiner als die Zahl der Beobachtungseinheiten. Konkret klassifiziert ist diese Studie also eine Panelstudie. Die durch mehrfache Beobachtung erhaltenen Daten sind Längsschnittdaten auf Individualebene und dienen der Hypothesenprüfung. Dazu muss die als Exposition gesetzte Variable zeitlich der Responsvariable vorangehen, um von einer Kausalität ausgehen zu können. In der vorliegenden Studie ist die Exposition die Sprechweise *traditionell verdreht* oder *zehneins*. Sie geht im zeitlichen Verlauf der Responsvariable, also den Fehlern bei der Eingabe und der Dauer der Eingabe der Zahlen nach dem Hören der Sprechweise, voran. So wird untersucht, ob es einen Kausaleinfluss der unterschiedlichen Sprechweisen auf die Dauer und die Zahl der Fehler gibt. Diese tatsächliche zeitliche Komponente ist nur bei Längsschnittstudien gegeben, wohingegen bei Querschnittstudien die zeitliche Struktur nur theoretisch abgeleitet werden kann oder auf

Schätzungen und Annahmen beruht. Ein weiterer erheblicher Vorteil im Einsatz von Panelstudien zeigt sich in der Auswertung, wenn multivariable Analysemethoden eingesetzt werden sollen. Effekte können hier mit Hilfe der Fixed-Effects-Regression, so wie in dieser Studie angewandt, sehr valide dargestellt werden. Im Unterschied zu Querschnittsanalysen wird in diesem Bereich mit within-Vergleichen gearbeitet und nicht mit between-Vergleichen. Konkret auf die vorliegende Arbeit bezogen bedeutet das, dass der Vergleich innerhalb des Kindes stattfindet, es findet kein Vergleich zwischen den Kindern statt. Jedes Kind stellt, wie bereits kurz dargestellt, seine eigene Referenz dar. Die Zeiten und Fehler des jeweiligen Kindes pro Sprechweise pro Durchgang sind die Größen, die in Beziehung gesetzt werden. Hingegen kann es bei Querschnittsanalysen zu Verzerrungen kommen, weil es passieren kann, dass entscheidende Variablen gar nicht zur Auswertung kommen. Natürlich gibt es auch bei Panelstudien mögliche, zu bedenkende Schwächen. Personen können die Motivation an der Teilnahme verlieren. Es kann so zu Verlusten in der Beobachtungseinheit kommen. Dies traf im Datenerhebungsprozess dieser Studie jedoch nicht zu. Kein Kind brach den Versuch von sich aus ab oder verweigerte während einer Periode (Durchgang/Aufgabenblock). Festzuhalten ist, dass es sich immer um vier Perioden pro Kind handelte, aber mit verschiedenen Sequenzen der beiden kontrastierten Sprechweisen, wie in Abschnitt 6.3.3 näher dargestellt. Zwei Perioden dienten als Probeeinheiten und die anderen beiden dienten der Generierung von Testdaten, die vorrangig zur Auswertung herangezogen wurden. Ein weiterer nicht zu vernachlässigender Faktor ist, dass die Durchführung der ersten Periode Auswirkungen auf die Ergebnisse in der zweiten Periode haben kann (Pforr & Schröder, 2015, S. 1 ff.). Im Falle dieser Studie kann man also von Trainingseffekten ausgehen. Durch zwei Strategien wurde diesen Effekten entgegengewirkt. Einerseits wurden nur die Testdaten analysiert und andererseits wurde Cross-over eingesetzt. Dabei wurde die Exposition cross-over gestellt. Dies bedeutet, es erfolgte ein Cross-over der *traditionell verdrehten* Sprechweise (=Referenzexpositon, Referenzmessung) und der stellenwertgerechten Sprechweise *zehneins* (= Indexposition, Indexmessung). Die eine Hälfte der Kinder begann mit der Referenz, die andere mit dem Index und dies in einer vollkommen zufälligen Reihenfolge. Welche Sprechweise zuerst kommt, war für jedes Kind somit verschieden und dies wurde durch Randomisierung erreicht. Die Randomisierung hat immer auch zum Ziel, personenbezogene Störfaktoren möglichst gering zu halten oder, im besten Fall, ganz auszuschließen, was wiederum zur Vermeidung von Verzerrungen führt (vgl. Döring & Bortz, 2016, S. 196; Young et al., 2015, S. 2). Rein zufällig, per Münzwurf, wurden die Sequenzen im Vorfeld randomisiert vergeben. Dabei erfolgte der Münzwurf, bis die Hälfte der Kinder einer Klasse dem einen Muster oder dem anderen Muster zugewiesen waren. Bei ungerader Anzahl wird eine zufällige Zuordnung der überzähligen Person vorgenommen. Die im Vorfeld erstellten Listen befinden sich im Anhang. Auch die Zahlen in einem Durchgang (Aufgabenblock) werden vom Messgerät zufällig aus dem Zahlenbereich gezogen. Damit wird gesichert, dass sich nur zufällige Assoziationen einstellen, falls die Nullhypothese gilt, das heißt, falls es keinen Einfluss der Sprechweise (Expositionsvariable) auf die Dauer und die Fehlerzahl (Responsvariablen) gibt. Zufällige Assoziationen sind mit statistischen Verfahren in der Auswertung beherrschbar und systematische Assoziationen, zum Beispiel mit der Sprechweise, können identifiziert werden.

Für eine Längsschnittstudie ist es außerdem unerheblich, über welchen Kalenderzeitraum sich die Studie erstreckt. Eine Studie über lediglich 24 Stunden zur Zahl der Fahrzeuge pro Minute (= Exposition, unabhängige Variable) und der Feinstaubkonzentration pro Minute (= Respons, abhängige Variable) auf 10 Autobahnen ist eine Zeitreihe. Eine solche Studie ist eine Beobachtungsstudie, da sich die Exposition außerhalb der Kontrolle der Forschenden einstellt. In der vorliegenden Studie ist dies anders. Es handelt sich um eine Experimentalstudie, denn die Exposition (Sprechweise) pro Periode (Aufgabenblock, Durchgang) wird von den Forschenden festgesetzt und die Messung der Zeitdauer und Fehlerzahl (zwei Responsvariablen) pro Periode wird ebenfalls von den Forschenden vorgenommen. Da auch fehlerfreie Durchgänge zu erwarten sind, wird als dritte Responsvariable die Anzahl der fehlerfreien Testungen definiert und ihr besondere Beachtung geschenkt. Als weitere Kovariablen wurden das Alter des Kindes, das Geschlecht des Kindes, die Erstsprache des Kindes sowie die Jahresnote in Mathematik erhoben, um in der Auswertung untersuchen zu können, ob der Effekt durch Kovariablen modifiziert wird.

Die hier beschriebene Herangehensweise, die Studie als Experiment mit Randomisierung und Kontrolle der Exposition durchzuführen, wird von Pforr und Schröder (2015) nicht explzit genannt, dafür wird die Wichtigkeit der Längsschnittstruktur (Panelstudie) über mehr als zwei Perioden hervorgehoben und als Auswertungsmethode die Fixed-Effects-Regression, die auch hier eingesetzt wurde, beschrieben. Umgekehrt betonen Young et al. (2015) die Überlegenheit eines kontrollierten experimentellen Ansatzes mit Randomisierung im Cross-over, sehen aber mehr als zwei Perioden nicht als umsetzbar (vgl. Pforr & Schröder, 2015; Young et al., 2015).

6.2 Messinstrument

Das Messinstrument, mit welchem alle Daten erhoben wurden, setzt sich aus der jeweils vom Forschenden gewählten Hardware und der für alle Testungen gleichbleibenden Software zusammen. Die eingesetzte Software ist die *Zwanzigeins-App* (Version vom 12.04.2023). Diese

App wurde von Lukas Glowania programmiert und ist über die Homepage (https://zwanzigeins.jetzt/app/index.html) des Vereins *Zwanzigeins e. V.* frei zugänglich. Mit dieser App können unterschiedliche Zahlensprechweisen ausprobiert werden.

6.2.1 Eingesetzte Software

Die App bietet neben dem Menüpunkt *Hören & Schreiben*, der für die Untersuchung verwendet wurde, weitere Menüpunkte. Diese sind: *Kopfrechnen, Einstellungen, Statistik, Zwanzigeins-Webseite, GitHub-Repository*. Wie sich in den weiteren Beschreibungen zeigen wird, wurden auch die Punkte *Einstellungen* und *Statistik* genutzt. Die folgenden Beschreibungen der App basieren in Teilen auf dem noch nicht veröffentlichten Handbuch zur App vom Juni 2023.

Um die App nutzen zu können, kann sie entweder auf der Startseite der Homepage (https://zwanzigeins.jetzt/) aufgerufen werden und direkt gespielt werden oder sie kann auf einem Smartphone oder Tablet installiert werden. Den Punkt Datenschutz betreffend, erhält man vor der Nutzung eine, den Datenschutzvorschriften entsprechende Einwilligungsaufforderung. Bei Geräten mit einem Androidsystem gibt es dazu oben rechts ein Icon, welches ein Kästchen mit einem Pfeil nach unten darstellt, um die Installation zu starten. Ist dieses Kästchen nicht ersichtlich, so kann über die drei Punkte oben rechts und den Befehl „zum Startbildschirm hinzufügen“ oder „App installieren“ mit der Installation begonnen werden. Auf Android-Geräten ist *Google Chrome* als Standardbrowser sinnvoll und auf Apple-Geräten sollte *Safari* als Browser eingestellt sein. Um das neueste Update zu erhalten, muss die App einmal geöffnet, wieder geschlossen und noch einmal geöffnet werden. Der Vorteil, wenn die App lokal auf der Hardware installiert wurde, liegt darin, dass sie dann selbst ohne Internetzugang nutzbar ist. Für die Studie war dies dahingehend wichtig, dass die App auch bei Problemen mit der Internetverbindung einsatzbereit gewesen wäre und die Studie in jedem Fall durchgeführt hätte werden können. Außerdem läuft die App dann stabiler, da Performanceschwankungen des Internetzugangs nach Installation der App keinen Einfluss haben können.

6.2.2 Eingesetzte Hardware

In der Planung wurde von zwei unterschiedlichen Geräten ausgegangen. An einem Standort sollte ein Laptop MacBook Pro verwendet werden und am anderen Standort ein Tablet Microsoft Surface mit Browser Chrome 112.0.5615.50. Eine Schwierigkeit, welche sich beim MacBook Pro in einer Testphase mit Proband*innen, die nicht an der Studie teilnahmen, zeigte, war die Ansteuerung über das Touchfeld, um Ziffern anklicken zu können. Dieses Gerät hat keinen Touchscreen. Um diesen Nachteil (Touchfeld) zu vermeiden, wurde für die Testung ein iPad mit Touchscreenfunktion geliehen. Bei der Probe ergab sich aber ein bislang unbekanntes Apple-Problem. Apple hat aktuell in den letzten iOS-Versionen (vermutlich ab iOS 15.7 und bis zumindest iOS 16.5.) „verlernt“, die verdrehten deutschen Zahlwörter korrekt zu sprechen (stattdessen kommt zum Beispiel als Ausgabe „homograf start achtzehn homograf end“), so dass die Apple-Hardware, die mit diesen iOS-Versionen arbeitet (iPhone, iPad), die deutschen Zahlwörter nicht korrekt traditionell-verdreht vorsprechen kann. Die stellenwertgerechte Sprechweise ist eigenständig in der Zwanzigeins-App programmiert, und diese Sprechweise ist daher von dem Problem nicht betroffen. Für die Sprechweise *traditionell-verdreht* wird aber in der App auf die vorhandene Apple-Funktion zugegriffen. Da es sich um einen Apple-Programmierfehler zu dieser Sprachausgabefunktion handelt, konnte das Problem nicht kurzfristig gelöst werden. Die Forschende musste für den Test auf ihren Laptop MacBook Pro zurückgehen, der nicht mit iOS arbeitet und nicht von dem Problem betroffen war. Die Studie konnte somit an diesem Standort trotz dieser Widrigkeiten durchgeführt werden. Inzwischen ist mit der aktuellen Betriebssystemversion von OS allerdings auch der Apple-Laptop von dem „Homograf-Problem“ betroffen. Um mit möglichst ähnlicher Hardware zu arbeiten (siehe iOS-Probleme), hatte sich die zweite Testdurchführerin zunächst dazu entschlossen, nicht das oben genannte Tablet einzusetzen, sondern ein Apple-Laptop MacBook Air zu leihen, sodass die Bedienung für die Kinder ähnlich ist wie in der Testung am anderen Standort (Touchfeld). Hier gab es aber ein unerwartetes Problem bei der Probe am 25.05.2023: Auf dem MacBook Air funktionierte mit der Zwanzigeins-App keine Sprachausgabe (vermutlich waren die entsprechenden Rechte für die Zwanzigeins-App nicht freigegeben). Darum wurde die Testung doch mit dem Tablet Microsoft Surface durchgeführt.

6.2.3 App-Parameterfestlegung

Beim Aufgabentyp wurde im Menü *Hören & Schreiben* ausgewählt, da diese Anwendung genau zum gewählten Untersuchungsdesign passt und Zahlen je nach Einstellung in unterschiedlichen Sprechweisen ausspricht. Die Proband*innen hören die Zahl über die Lautsprecher des Gerätes und geben die gehörte Zahl je nach Hardware ein. Dabei werden Fehler und Dauer für jedes zuvor angegebene Profil (im Menüpunkt *Einstellungen* einstellbar) eines Durchgangs gespeichert. Ebenfalls im Menüpunkt *Einstellungen* können eigene Level erstellt werden. Für die Studie wurde ein eigenes Level mit dem Schwierigkeitsgrad *Leicht* und 10 Aufgaben aus dem Zahlenbereich 11 bis 99 erstellt. Es war hier wertvoll, dass die App die Funktion *eigene Level erstellen* anbot, da das vordefinierte Level nur 5 Aufgaben im Niveau *Leicht* angeboten hätte. Als Sprechweisen wurden *traditionell verdreht* und *zehneins* gewählt. Dies musste in den Sequenzen manuell umgestellt werden. Durch das sehr häufige Umschalten zum Menü *Einstellungen* wurde am 26.05.2023 versehentlich die Sprechgeschwindigkeit auf 110% umgestellt. Das betrifft drei Kinder (Profilnamen 510, 511, 512), danach wurde auf 100% zurückgestellt. Die Sprechgeschwindigkeit 100 % ist die für die Testung vereinbarte, Sprechgeschwindigkeit.

Vom Darstellungsmodus her einigte man sich auf *hell.* Ebenfalls im Menü *Einstellungen* wurden die Profilnamen je Kind vergeben.

6.2.4 Statistische Darstellung

Die App bietet den Menüpunkt *Statistik,* in welchem Ergebnisse angesehen werden können und diese Ergebnisse können dann vollständig in, zum Beispiel eine Excel-Datei, exportiert werden. Dazu musste im Fall der Studie zuerst der Unterpunkt *Hören & Schreiben* ausgewählt werden. Als ein nächster Unterpunkt werden die gespielten Level angezeigt. Konkret auf die Studie bezogen war dies *Von 11 bis 99, 10 Aufgaben*. Wählt man diesen Unterpunkt an, wird eine Verlaufsgrafik zu den Ergebnissen angeboten und darunter werden die Mittelwerte (Zeit und Fehler) pro Sprechweise ersichtlich, sowie die Anzahl der ausgewerteten Spiele pro Sprechweise. Das Level steht dabei oben links über der Grafik. An der y-Achse reicht die Skalierung vom Minimum der Dauer bis zum Maximum der Dauer in Sekunden, die benötigt wurden. An der x-Achse ist das Datum, die Sprechweise und die Fehlerzahl zu jedem Spiel notiert. Diese Grafik und Tabelle dienen nur der Übersicht und können nicht zwischen unterschiedlichen Nutzer*innen unterscheiden. Um die Werte für jeden Profilnamen genau verfolgen zu können, muss ein Datenexport durchgeführt werden. Bleibt man auf der Maske *Von 11 bis 99, 10 Aufgaben* so hat man die Möglichkeit über einen Dropdown-Pfeil im rechten oberen Bereich einen detaillierten Datenexport durchzuführen. Dazu muss mindestens ein Aufgabenblock komplett gelöst worden sein, damit Ergebnisse vorliegen. In der Excel-Datei (als csv oder als xlsx) stehen in der Kopfzeile die Variablennamen (Spaltennamen). Zuerst wird der Profilname, der in den *Einstellungen* vergeben wurde, ersichtlich. Danach folgt der gewählte Spielmodus mit der Bezeichnung *Spiel* in der Tabelle (zum Beispiel Hoeren-und-Schreiben). In der nächsten Spalte wird ein Zeitstempel (Jahr-Monat-TagTUhrzeit, zum Beispiel 2023-05-11T12:41;) angeboten. Dabei wird die Zeitangabe entsprechend der UTC, der koordinierten Weltzeit, angegeben. Folglich muss für die mitteleuropäische Zeit (MEZ) 1 Stunde addiert werden und für die mitteleuropäische Sommerzeit (MESZ) müssen 2 Stunden addiert werden. In den weiteren Spalten sind dann der Sprach-Modus, also die Sprechweise (zum Beispiel *zehn-eins*), die Sprechgeschwindigkeit, die in Prozent angegeben wird, die Aufgaben-Anzahl, die Spiel-Dauer in Sekunden, die Spiel-Fehler und die Spiel-Optionen, die dem gewählten Zahlenbereich entsprechen (zum Beispiel {"from":21,"to":99}) angegeben. Diese Daten bleiben in der App gespeichert, bis sie vom/von Nutzer*in aktiv gelöscht werden. Um die Daten zu löschen, muss auf das Papierkorbsymbol oben rechts (links neben dem Downloadpfeil) geklickt werden. Die gesamten Daten können auch im Menüpunkt Einstellungen gelöscht werden mit dem Klick auf die Schaltfläche *Alle gespeicherten Daten löschen*.

6.3 Datenerhebung

In diesem Punkt wird nun dargestellt, welche Gruppen in welcher Zusammensetzung und an welchen Standorten an der Untersuchung teilnahmen. Die Untersuchungsdurchführung wird im Abschluss des Kapitels ausführlich beschrieben.

6.3.1 Untersuchungsgruppen

Es wurden drei Untersuchungsgruppen gebildet. Wesentlich für die Forschung war, dass alle drei Gruppen Kinder aus zweiten Schulstufen der Primarstufe sein mussten. Es wurden daher drei Schulklassen herangezogen. Diese drei Schulklassen wurden vom Prinzip her so ausgewählt, wie man nicht-probabilistische Stichproben in anderen Experimentalforschungen auswählt. Oft auch aus forschungsökonomischen Gründen werden solche Ad-hoc-Stichproben, auch Gelegenheitsstichproben genannt, gewählt. Dabei werden vollkommen willkürlich Personen ausgesucht, die entweder zur Stelle sind und/oder leicht erreichbar sind. Solche Stichproben können nicht in Zusammenhang mit der Gesamtpopulation gesetzt werden, was im Falle dieser Studie jedoch nicht von Belang ist, wie im Punkt Forschungsdesign bereits erläutert (Döring & Bortz, 2016, S. 306 f.).

Insgesamt wurden n = 55 Schüler*innen untersucht. Dabei verteilten sich die Kinder so, dass zwei Klassen mit je 18 Schüler*innen und eine Klasse mit 19 Schüler*innen zur Verfügung standen. Dabei handelte es sich um 20 weibliche und 35 männliche Proband*innen. Von der altersmäßigen Verteilung her befanden sich die Teilnehmer*innen im Alter von sieben bis neun Jahren, mit einem Ausreißer nach oben von elf Jahren.

6.3.2 Schulstandorte

Untersucht wurde an zwei verschiedenen Standorten in Österreich. Zwei der drei Klassen kamen aus einer Stadt im zentralen Bereich von Niederösterreich. Mit Stand vom Jänner 2023 hat diese Stadt 25 417 Einwohner mit Hauptwohnsitz. Die Schule ist eine private, kostenpflichtige Volksschule. Die Zustimmung der Schulleitung zur Forschungstätigkeit wurde eingeholt und mit den betreffenden Klassenlehrerinnen wurde die Umsetzung der Forschung besprochen und im Sinne einer guten Zusammenarbeit der zeitliche Rahmen geklärt. Da die Schule immer wieder für Forschungstätigkeiten herangezogen wird, liegen Einverständniserklärungen der Eltern auf. Die Schule ist, eventuell durch die urbane Lage, von der Schülerzusammensetzung her als multikulturell zu beschreiben. Viele Kinder haben Erstsprachen, die keine inverse Sprechweise aufweisen. Diese Schule wird im folgenden Verlauf als Schule A gekennzeichnet sein.

Die zweite Schule befindet sich in einer Kleinstadt mit 2 653 Einwohnern und ist im ländlichen Raum angesiedelt. Die dominierende Erstsprache ist in dieser Klasse Deutsch. Auch hier wurde die Zustimmung der Schulleitung für die Forschung eingeholt. Da die Forschende gleichzeitig die klassenführende Lehrperson der untersuchten Klasse ist und somit die Forschungsarbeit auch der Evaluierung und Verbesserung des eigenen Unterrichts dient, wurden keine weiteren Einverständniserklärungen eingeholt. Diese Schule wird im folgenden Verlauf als Schule B gekennzeichnet sein.

6.3.3 Untersuchungsdurchführung

Die ersten Untersuchungen fanden am Donnerstag, den 11.05.2023 ab 08:00 Uhr in einer Klasse der zweiten Schulstufe in der urban gelegenen Schule A mit 18 Kindern statt. Gleich im Anschluss an diese Untersuchung wurde auch die weitere Klasse aus Schule A mit 19 Kindern getestet. Nach einer kurzen einführenden Erklärung im Klassenverband, die im Anhang zu finden ist, wurden immer drei Schüler*innen zur Verwendung der App geholt. In dieser Kleingruppe wurde nochmals für alle gleich eine kurze Anweisung gegeben, die sich wiederum im Anhang befindet. Aus Platzgründen musste die Durchführung an einem Tisch auf dem Gang stattfinden, was zu potenziellen Störungen führen kann. Die einzelnen Untersuchungen nahmen, mit den zeitlichen Aufwänden, die den Kinderwechsel betrafen, länger in Anspruch als geplant. Trotz guter Vorbereitung und Durchführung konnten an diesem Tag acht Kinder der Klasse nicht getestet werden. Diese Kinder wurden am Montag, den 15.05.2023 in einem zweiten Durchgang getestet. Es wurden vier Kinder an zwei Tagen getestet (Profilnamen: 314, 403, 406, 412). In der Schule B fanden die ersten Untersuchungen am 25.05.2023 statt. Auch hier konnten aus zeitlichen Gründen elf Kinder nicht getestet werden. Drei dieser elf Kinder wurden am 26.05.2023, drei am 31.05.2023 und fünf am 02.06.2023 getestet. An dieser Schule bestand die Möglichkeit die Kinder einzeln aus dem Klassenverband zu nehmen und die Untersuchung konnte in einem separaten Raum ohne Störungen durchgeführt werden. Die Untersuchungsanweisungen fanden im Klassenverband und im Einzelsetting wie bereits beschrieben auch hier statt. Zusätzlich zur Verwendung der von der App angebotenen Statistik wurden die Zeiten und Fehler in beiden Schulen handschriftlich notiert. Die Profilnamen wurden dreistellig im Vorfeld vergeben und stellen das Pseudonym dar.

Bei der Durchführung der Messung selbst absolvierte jedes Kind vier Durchgänge (= Aufgabenblöcke, Perioden). Davon waren zwei Durchgänge Probedurchgänge und zwei Durchgänge waren Testdurchgänge, die der Messung dienten. In der Auswertung wurden zunächst nur die Testdurchgänge berücksichtigt. Aus Forschungsinteresse wurden weiterführend alle Perioden ausgewertet, um ausschließen zu können, dass durch die Probedurchgänge die Testdurchgänge zu sehr beeinflusst werden. Die Sequenzen (= Abfolge der unterschiedlichen Sprechweisen pro Periode) wurden, wie kurz beschrieben, im Vorfeld randomisiert. Bei der Hälfte der Kinder wurde jeweils ein Probedurchgang und ein Testdurchgang *traditionell verdreht* absolviert und danach ein Probe- und Testdurchgang im Modus *zehneins*, (= traditionell verdreht – traditionell verdreht – zehneins – zehneins, kurz TvTvZeZe). Bei der anderen Hälfte der Kinder wurde jeweils ein Probedurchgang und ein Testdurchgang *zehneins* und dann der Probe- und Testdurchgang im Modus *traditionell verdreht*, (= zehneins – zehneins – traditionell verdreht – traditionell verdreht, kurz ZeZeTvTv). Vereinbart wurde, falls Ausfälle vorkommen sollten (Kinder fehlen oder nehmen aus anderen Gründen nicht an der Untersuchung teil), soll versucht werden, die Zahl der Kinder pro Gruppe auszugleichen, so dass die Hälfte möglichst wieder erreicht wird. Dies ist keine conditio-sine-qua-non, aber die Studie wird bei gleicher Häufigkeit der Expositionen am trennschärfsten. Es mussten aber keine Ausfälle verzeichnet werden. In der ländlich gelegenen Schule B wurden abweichend vom Plan mit allen Kindern die beiden Wechselsequenzen traditionell verdreht – zehneins – traditionell verdreht – zehneins (TvZeTvZe) bzw. zehneins – traditionell verdreht – zehneins – traditionell verdreht (ZeTvZeTv) randomisiert durchgeführt. Für die Auswertung wurde zu diesen, vom Design abweichenden Sequenzen, vereinbart, die ersten beiden Durchgänge als Proben und die zweiten beiden Durchgänge als Testdurchgänge (= Messdurchgänge) zu verwenden. Bei einem Kind (Profilname 412) wurde in der anderen Schule ebenfalls eine abweichende Sequenz durchgeführt: zehneins – traditionell verdreht – traditionell verdreht – zehneins (ZeTvTvZe). In der Auswertung wird dieser Einzelfall 412 bei ZeTvZeTv eingeordnet, obwohl ZeTvTvZe gilt, da es sinnvoll erscheint, die ersten beiden Durchgänge als Proben und die zweiten beiden Durchgänge als Testdurchgänge (= Messdurchgänge) zu verwenden, also wie bei ZeTvZeTv in der ländlich gelegenen Schule B. Im Einzelgespräch mit dem Kind konnte geklärt werden, welche Erstsprache das Kind gelernt hat, um daraus abzuleiten, ob eine stellenwertgerechte Zahlensprechweise bereits bekannt ist.

6.4 Auswertungsmethode

In diesem Punkt soll kurz beschrieben werden, wie die erhobenen Daten aufbereitet und die Kovariablen kodiert wurden, sowie welches Programm bei der Auswertung zum Einsatz kam und auf welchen Grundlagen der Literatur diese Auswertung erfolgte.

6.4.1 Datenaufbereitung

Die erhobenen Daten wurden, wie in Abschnitt 6.2.4 beschrieben, in eine Excel-Datei exportiert und anschließend für beide Schulstandorte in eine gemeinsame Datei überführt. In dieser

Datei wurden auch die Klarnamen, Klasse und Schule mitangeführt. Die Übergabe der Daten in einer Excel-Datei zur Auswertung hingegen erfolgte pseudonymisiert, also ohne Klarnamen der Kinder, Klassen und Schulen, aber dafür mit den Pseudonymen (Profilnamen). Das Führen von Umsteigelisten (= Listen mit Klarname, Klasse, Schule und Pseudonym) ist im Allgemeinen angezeigt, da einerseits Rückfragen zu einzelnen Kindern entstehen können (Auffälligkeiten, die erst bei der Auswertung deutlich werden und pädagogisch aufgegriffen werden sollten), die ohne Umsteigeliste nicht beantwortet werden können und andererseits Zusatzfragen von extern Personen (Eltern, Schulleitung) aufkommen können, die nachträglich nur beantwortet werden können, wenn eine Umsteigeliste existiert. Zusätzlich wurden in die Excel-Datei als weitere Spalten die Kovariablen Geschlecht, Alter, Erstsprache der Kinder und die Jahresnote in Mathematik aufgenommen. Da eine Umsteigeliste aufgebaut ist, können alle Fragen zu den Kovariablen auch nach der Testung gemeinsam mit den zuständigen Lehrpersonen geklärt werden.

6.4.2 Ausprägungen und Kodierung der Kovariablen

Die Kodierungen für die Schulen und Klassen erfolgte bereits im Vorfeld. Dazu wurde jeder Klasse eine Zahl zugeordnet. Die weiteren Kodierungen wurden wie folgt vorgenommen:

- Schule: urban gelegene Schule A, ländlich gelegene Schule B
- Klassen: 3, 4, 5
- Geschlecht_m_w_d: m für männlich, w für weiblich und d für divers (die Option d hat aber in der vorliegenden Studie keine praktische Relevanz).
- Alter_in_Jahren: Angabe in ganzen Jahren
- Erstsprache: Da bis zu drei Erstsprachen pro Kind vorkommen, wurden drei Erstsprachenvariablen benötigt: Erstsprache_1, Erstsprache_2, Erstsprache_3. Folgende 15 Sprachen kamen insgesamt vor, wobei 0 bedeutet *kein zwanzigeins üblich*, 1 *zwanzigeins üblich*: dt. 0, arme. 1, bosn. 1, cz. 1, kurd. 1, mazed. 1, poln. 1, rum. 1, russ. 1, tuerk. 1, ung. 1, engl. 1, far. 0, ukr. 1, alb 1. Also nur Deutsch und Farsi (Persisch) verwenden keine stellenwertgerechte Sprechweise. "Farsi wird von rechts nach links gelesen, während für die Zahlen, die den arabischen gleichen, die umgekehrte Regel gilt. Farsi ist also eine Sprache mit zwei Schreibrichtungen.“ („Farsi (FA)“, 2023). Es handelt sich dabei um eine Variable mit binärer Ausprägung, mit ja/nein umgesetzt. Ja bedeutet, dass durch die Erstsprache Kontakt mit der stellenwertgerechten Sprechweise besteht und nein, dass kein Kontakt über die Erstsprache zur stellenwertgerechten Sprechweise besteht, also Zahlen invers gesprochen werden.

- Jahresendnote_MA: Note in Mathematik, Ende erstes Schuljahr

Weiters wurde eine Spalte geführt, in welcher besondere Aussagen, Verhaltensweisen, Schwierigkeiten oder auch Auffallendes vermerkt werden konnte.

6.4.3 Auswertung

Nach Zusammenführung aller Daten wurde die Gesamtdatei zu allen drei getesteten Klassen pseudonymisiert am 05.07.2023 Peter Morfeld per E-Mail zur Auswertung zugestellt. Die Auswertung erfolgte mit dem Programmpaket Stata 14.

Beschreibende Darstellungen umfassen Tabellen, zum Beispiel den Umfang, Median, Mittelwert und Maximum der Dauer in s pro Sprechweise; Umfang, Median, Mittelwert und Maximum der Fehlerzahl pro Sprechweise, betreffend und Graphen, zum Beispiel Tukey-Boxplots zur Responsvariablen „Dauer“ pro Sprechweise, und Bar Charts zur Fehlerzahl pro Sprechweise. Zur zufallskritischen Analyse werden fixed-effect Längsschnittanalysen durchgeführt. Dabei wird für die Responsvariable „Dauer“ als metrischer Respons xtreg eingesetzt, für den natürlichen Respons „Fehlerzahl“ xtpoisson oder nbreg (Allison, 2009; Cameron & Trivedi, 2010).

6.5 Resümee

Die wissenschaftliche Relevanz wurde anhand der Theorie in den Kapiteln 1,3,4 und 5 ausführlich dargestellt. Dieser theoretische Teil wurde entlang der aktuellen wissenschaftlichen Literatur generiert, wobei auf den Forschungsstand Bezug genommen wurde und dadurch die Forschungsfrage samt dem Hypothesenpaar entwickelt werden konnte. Eine hohe interne und externe Validität konnte durch das gewählte Studiendesign erreicht werden. Die Testbedingungen wurden konstant gehalten. Die App *Zwanzigeins* weist als Messinstrument eine extrem hohe Messgenauigkeit auf und erweist sich als vollkommen objektiv. Da jedes Kind seine eigene Referenz darstellt, kann nicht von einer Stichprobe im eigentlichen Sinn gesprochen werden und die Studie erhebt somit auch nicht den Anspruch von der Gruppe, die an der Studie teilnahm, auf die Gesamtpopulation schließen zu können. Es kam aus forschungsethischer Sicht zu keinerlei Risiken für die untersuchten Personen und zu keinen übermäßigen Belastungen, die über das Maß von alltäglichen Belastungen hinausgehen würden. Die Datenerhebung führte zu einem vollständigen Datensatz. Die Dokumentation erfolgte lückenlos und die Rohdaten wurden an eine Vertrauensstelle zur Aufbewahrung übergeben. Alle Daten wurden anonymisiert. Umsteigerlisten mit Klarnamen wurden erstellt, um aufkommende Fragen beantworten zu können. (Döring & Bortz, 2016, S. 124). Im nächsten Kapitel werden nun die Ergebnisse der Auswertung dargestellt und anhand dieser werden die Hypothesen geprüft und die Forschungsfrage beantwortet.

7 Darstellung der Ergebnisse

Durch die präzise und umfassende Auswertung mit dem Statistikprogrammpaket Stata 14 durch Peter Morfeld konnten folgende Auswertungen und Ergebnisse verschriftlicht werden. In einer Videokonferenz vom 02.08.2023 wurden Details besprochen und offene Fragen geklärt. Die Darstellung der Ergebnisse wird gegliedert in den deskriptiv-analytischen Teil und den zufallskritisch-analytischen Teil.

7.1 Deskriptive Analyse

In diesem Punkt werden die Daten mittels Kennwerten, wie dem Medianwert, in konzentrierter Form grafisch mit Hilfe von Boxplots und Bar-Charts dargestellt (Döring & Bortz, 2016, S. 612). Boxplots werden für die Eingabedauer Y1 als besseres Darstellungsmedium betrachtet, wohingegen für die Fehlerzahl Y2 Bar-Charts geeigneter sind, da die Fehlerzahl Y2 viele Null-Werte aufweist. Der Bar-Chart zeigt hier die durchschnittliche Fehlerzahl. Für die Darstellung der Differenz der Fehler ist wiederum der Boxplot optimal, da die Differenz breiter streut. Der Boxplot, der von dem Statistiker Tukey eingeführt wurde und weltweit zur Anwendung kommt, gibt eine gute Übersicht über die Verteilung auf Grundlage der Quartile. Quartile können erzeugt werden durch das Aufreihen der Einzelwerte nach ihrer Größe. Die so vorliegende Verteilung wird in vier Teile gegliedert. Das Ende des ersten Quartils markiert die ersten 25 % der Daten. Beim Endpunkt des zweiten Quartils wird der 50 % Wert ersichtlich, also der Median, auch 50-Perzentil genannt, und das dritte Quartil gibt Auskunft über den Wert bei 75 %. Bei einem Boxplot wird nun in der Box (im Kästchen) der Bereich vom ersten Quartil bis zum dritten Quartil ersichtlich. Der Abstand dieser beiden Werte, also die Höhe der Box, wird als Interquartilabstand bezeichnet. Die deutlich erkennbare Linie gibt den Median an. Die T-förmigen Linien sind die sogenannten Whiskers und geben Auskunft über Minimalwerte und Maximalwerte. Auffallende Werte, die der Verteilung nicht entsprechen, zeigen sich als Punkte (Beer, 2016, S. 75 f.). In dieser Studie werden die Whiskers beim 1,5-fachen des Interquartilabstandes abgeschnitten und alle Werte, die außerhalb liegen, als Einzelpunkte dargestellt. Die Messung des Effekts der Sprechweise wird hier ersichtlich werden. Die zufallskritische Testung der Daten erfolgt im nächsten Punkt.

Im folgenden Boxplot wird das Grundergebnis zur Eingabedauer Y1 ersichtlich. Der linke Boxplot zeigt die Sprechweise *traditionell verdreht* (Tv) und der rechte Boxplot die Sprechweise *zehneins* (Ze).

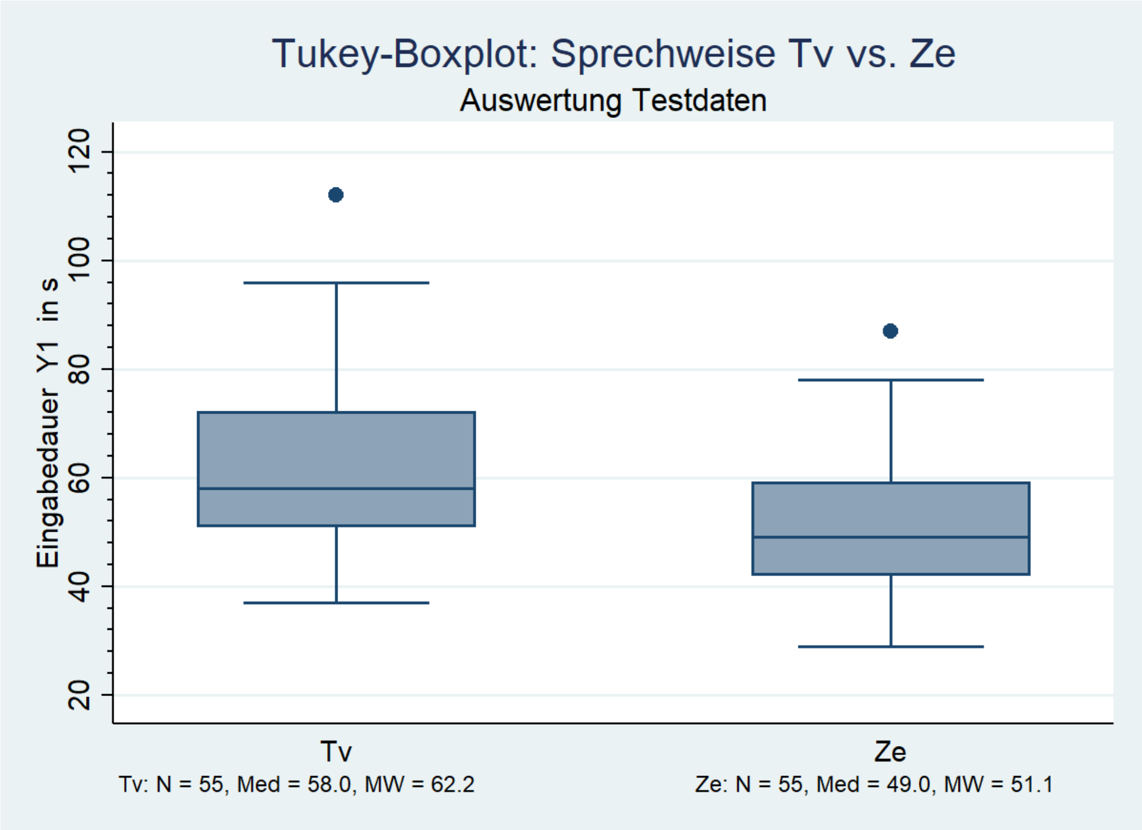

Abbildung 1 Box_Y1.tif: Grundergebnis Eingabedauer

In Box_Y1.tif reichen die Whiskers im unteren Bereich immer bis zum Minimum, aber nach oben liegt je ein Wert außerhalb der Whiskers. Dieser Wert ist das jeweilige Maximum. N = 55 weil für jedes Kind eine Testperiode ausgewertet wurde. Der Median beträgt bei Tv 58.0 Sekunden und bei Ze 49.0 Sekunden. Der Mittelwert liegt bei Tv bei 62.2 Sekunden und bei Ze bei 51.1 Sekunden. Die Schüler*innen sind also im Mittel mit der Sprechweise *zehneins* um gut 11 Sekunden schneller. Der insgesamt beschriebene Vorteil von *zehneins* ergibt sich in beiden Schulen. Die zufallskritische Analyse im Punkt 7.2. zeigt die genauen Ergebnisse dazu.

Die Auswertung für Y1 ergab für die beiden Schulen in den Testdaten Folgendes:

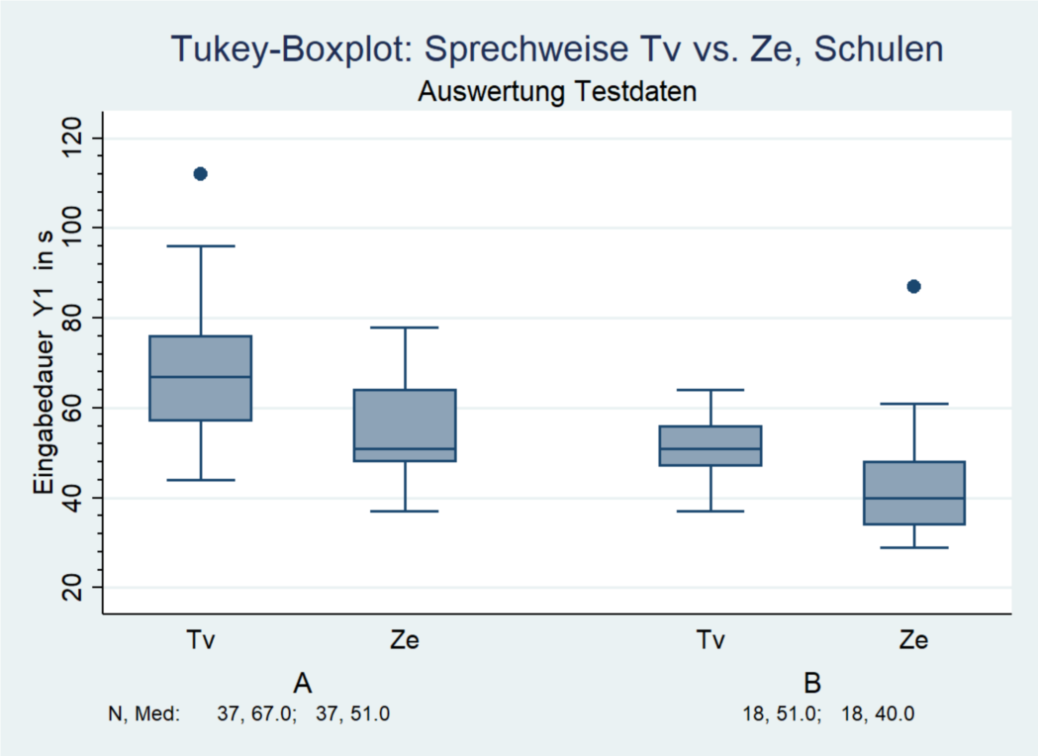

Abbildung 2 Box_Y1_Schulen_test.tif: Ergebnis Y1 in den Schulen

Der beschriebene Vorteil durch die Sprechweise Ze ergibt sich in jeder Schule. Die Boxplots für Schule B liegen insgesamt niedriger. Die Eingabedauer war kürzer. Dies könnte an der Ansteuerung der Hardware liegen. Es gibt aber keine gesicherten Belege dafür.

Um zu beurteilen, ob eine eigenständige Auswertung der Fehlerzahl Y2 angezeigt ist, wurde zunächst ein Streudiagramm mit Ausgleichsgerade erstellt und die Korrelation berechnet. Es ist nämlich zu erwarten, dass, im Sinne einer gleichsinnigen Veränderung, die Eingabe länger dauert je mehr Fehler gemacht werden. Ist diese Korrelation zwischen Y1 und Y2 sehr hoch, so wiederholt Y2 nur die Ergebnisse von Y1. Die Berechnung der Korrelation kam jedoch zu folgendem Ergebnis:

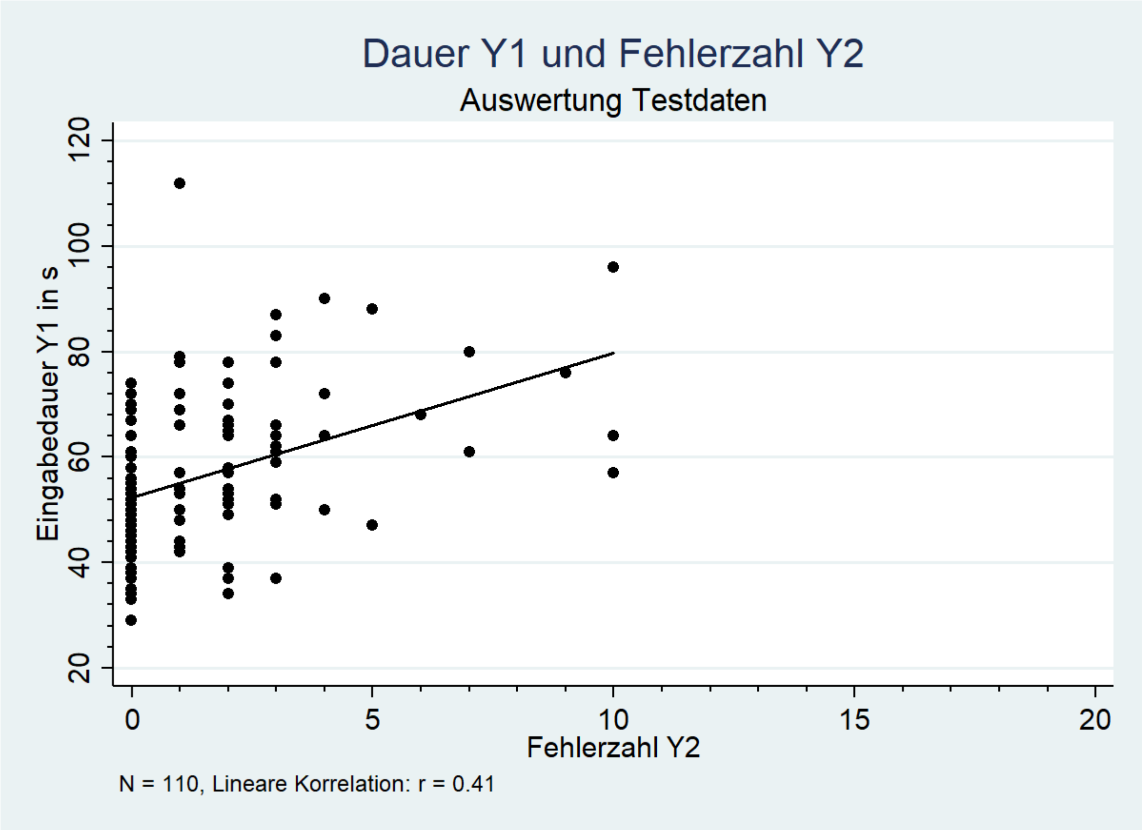

Abbildung 3 Y1_Y2_test.tif: Ergebnisse Berechnung Korrelation

Wie erwartet steigt die Gerade an, es gibt also eine Korrelation. Der Korrelationskoeffizient wurde nach Pearson berechnet, wobei Werte bis 0,2 eine sehr geringe Korrelation und Werte bis 0,9 oder darüber eine hohe beziehungsweise sehr hohe Korrelation anzeigen (Mallaun, 2016, S. 126). An der breiten Streuung der Einzelwerte von Y1 um die Ausgleichsgerade (bei zum Beispiel Fehlerzahl = 2 streut Y1 von ungefähr 30 Sekunden bis 80 Sekunden) und einer geringen Korrelation von $r = 0.41$ zeigt sich eine geringe Koppelung der Responsvariablen. Beide Variablen enthalten folglich genügend voneinander unabhängige Informationen, eine Auswertung von Y2 ist demgemäß indiziert.

Diese Auswertung für Y2 ergab die Ergebnisse wie in *Abbildung 4* dargestellt.

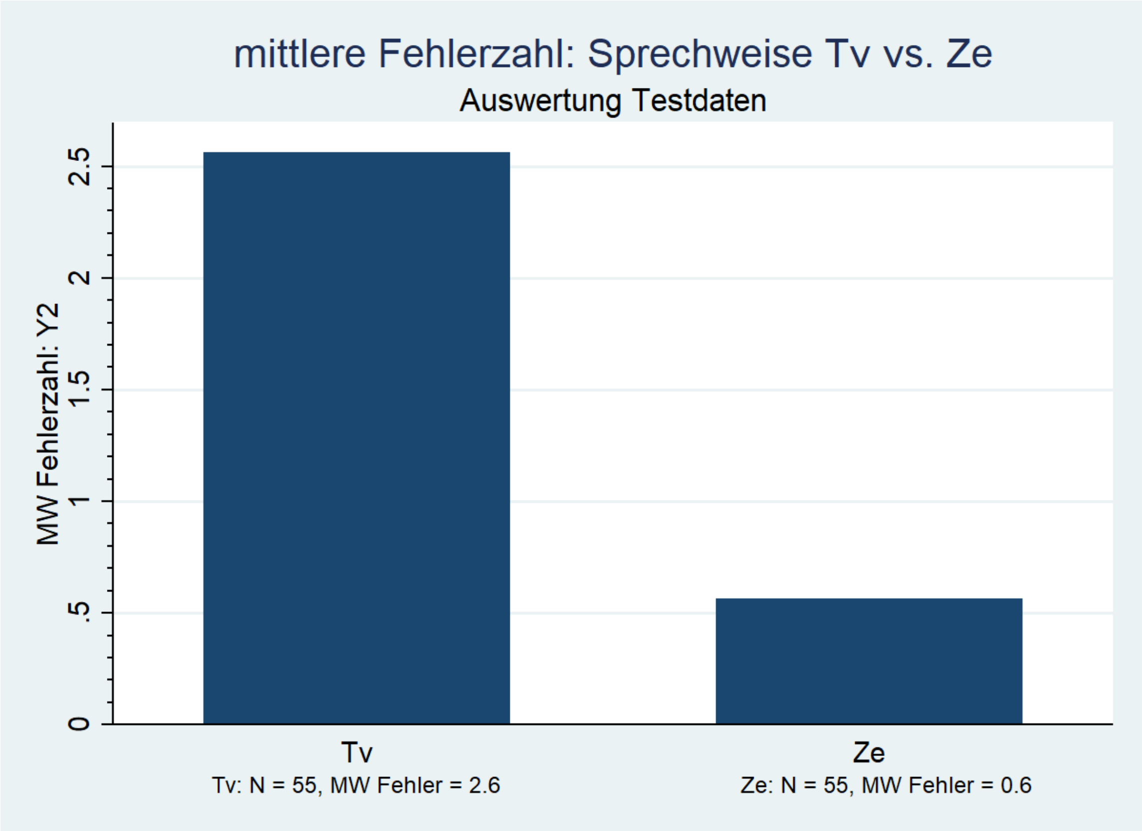

Abbildung 4 Bar_Y2_test.tif: Ergebnisse mittlere Fehlerzahl pro Durchgang

Bei Verwendung der Sprechweise Tv ereigneten sich im Mittel 2.6 Fehler. Bei Verwendung der Sprechweise Ze hingegen wurden nur 0.6 Fehler pro Durchgang gemessen.

Ergebnis der Auswertung der Fehlerzahl für die drei *Klassen* in den Testdaten:

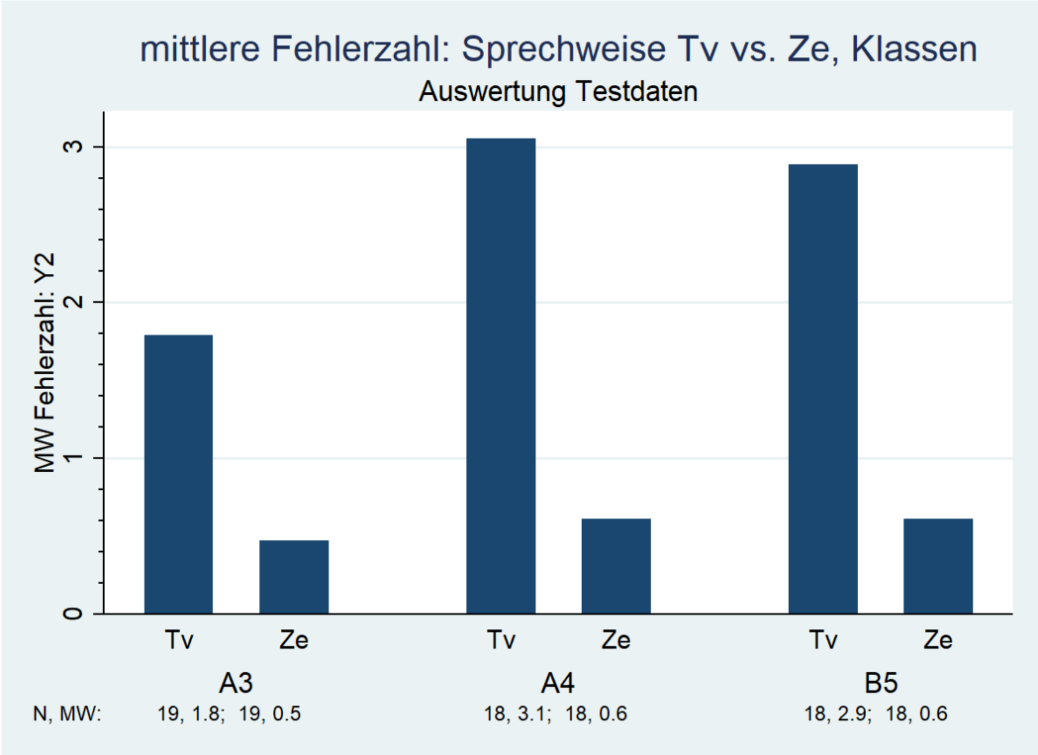

Abbildung 5 Bar_Y2_Klassen_test_tif: Ergebnis Y2 in den Klassen

Dieser Unterschied war außerdem in allen drei Klassen gegeben. Somit zeigt auch diese Responsvariable einen Vorteil der unverdrehten Sprechweise.

Aus der Tatsache resultierend, dass Y2 viele Nullen aufweist, das heißt, dass es Kinder gibt, die in der Testung keine Fehler machten, wurde auch der Anzahl fehlerfreier Testungen Beachtung geschenkt und sie wurden als eigenständige Variabel Y2neg (neg = negativ = kein Fehler) verfolgt. Hierzu wurde folgender Bar-Chart erstellt:

Ergebnis der Auswertung der fehlerfreien Testungen in den Testdaten:

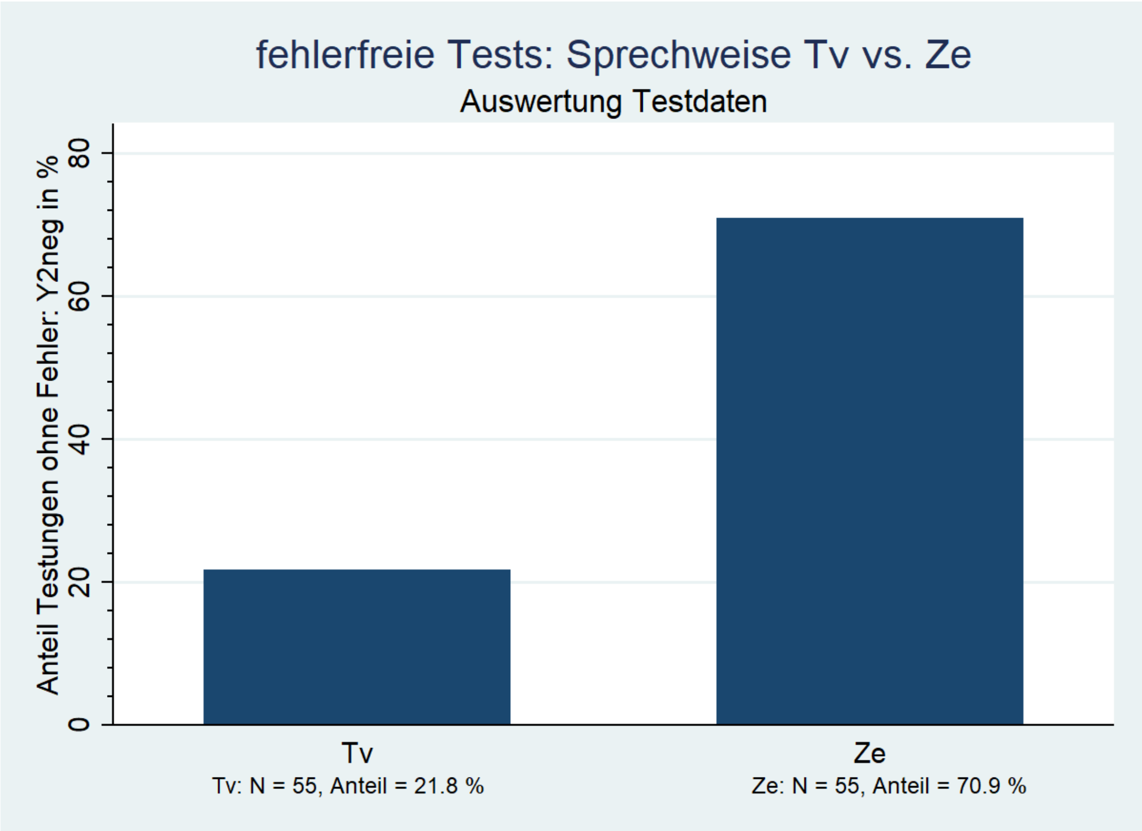

Abbildung 6 Bar_Y2negp_test.tif: Prozentsatz der Testungen ohne Fehler

Klar ersichtlich wird hier, dass bei der Sprechweise Tv 21.8 % der Testungen fehlerfrei waren. Bei der Sprechweise Ze konnten 70.9 % der Testungen ohne Fehler nachgewiesen werden. Wiederum zeigt sich dieser Unterschied auch in allen drei Klassen. Die Zahl der fehlerfreien Testungen ist somit bei der Sprechweise Ze wesentlich höher als bei der Sprechweise Tv.

7.2 Zufallskritische Analyse

Die zufallskritischen Testungen der Differenzverteilungen wurden in diesem Bereich mit Regressionsmodellen durchgeführt. Anwendung findet hier die lineare Panelregression mit festen Effekten – die fixed-effect Längsschnittanalyse. Mit dieser Regressionsanalyse wurden systematische Zusammenhänge zwischen der Exposition und Kovariablen auf die Responsvariable herausgearbeitet. Ein Zusammenhang wird als systematisch angesehen, wenn er nur schwer als eine zufällige Assoziation erklärbar ist. Dazu wird ein Signifikanzniveau von 5 % eingesetzt und der entsprechende Signifikanztest durchgeführt. Es wurden unter anderem *robust variance estimators* eingesetzt, um sicherzustellen, dass nicht-parametrische Verfahren wie der U-Test nicht nötig sind, wobei die diesbezüglichen Testungen keinen Hinweis auf eine solche Notwendigkeit gaben. Es wurden außerdem die Regressionen mit der Exposition ohne und mit Indikatorvariablen gerechnet, um zu sehen, ob es einen verzerrenden Einfluss durch diese Indikatorvariablen gibt. Dies war nicht der Fall. Weiters wurden alle Prüfungen von Indikatorvariablen als Einflussgröße immer unter Berücksichtigung der Sprechweise durchgeführt, sodass die Sprechweise regressionstechnisch kontrolliert war, wenn der Einfluss der Indikatorvariable ermittelt wurde.

7.2.1 Analytische Ergebnisse zur Eingabedauer Y1 in den Testdaten

In diesem Punkt sollen nun ausgewählte analytische Ergebnisse mit der Panelregression (Stata: xtreg-Befehl) und einfacher Regression (Stata: reg-Befehl) zur Eingabedauer Y1 in den Testdaten präsentiert werden. Bei Präsentation der Ergebnisse wird immer auf zugehörige grafische Darstellungen Bezug genommen (Dateinamen). Die zentralen Ergebnisse aus den Modellierungen werden wie folgt strukturiert: Variable, Effekt der Variablen auf die Eingabedauer in s, p-Wert (angesetzt wird ein Signifikanzniveau von 0.05 = 5%), 95%-Konfidenzintervall zum Effekt in s.

Hauptfragestellung: Mit der Panelregression zu metrischen Variablen (xtreg, fe = fixed-effects models = Erweiterungen der Differenzenmethode) werden der Effekt der Sprechweise sowie die Modifikation dieses Effekts durch Kovariablen auf die Eingabedauer Y1 untersucht. Beispielfrage: Wie groß ist der Effekt des Sprechweisenwechsels Tv zu Ze auf die Eingabedauer Y1, und ist dieser Effekt der Sprechweise in der urbanen Schule anders als in der ländlich gelegenen Schule (Kovariable: Schule)?

Nebenfragestellung: Mit der einfachen Regression (reg) werden Einflüsse der Kovariablen auf das Niveau der Eingabedauer Y1 untersucht. Beispielfrage: Ist die durchschnittliche Eingabedauer in der urban gelegenen Schule anders als in der ländlich gelegenen Schule (Kovariable: Schule)?

Die Auswertung der Responsvariable *Eingabedauer* Y1 kam in den Testdaten zu folgenden Ergebnissen:

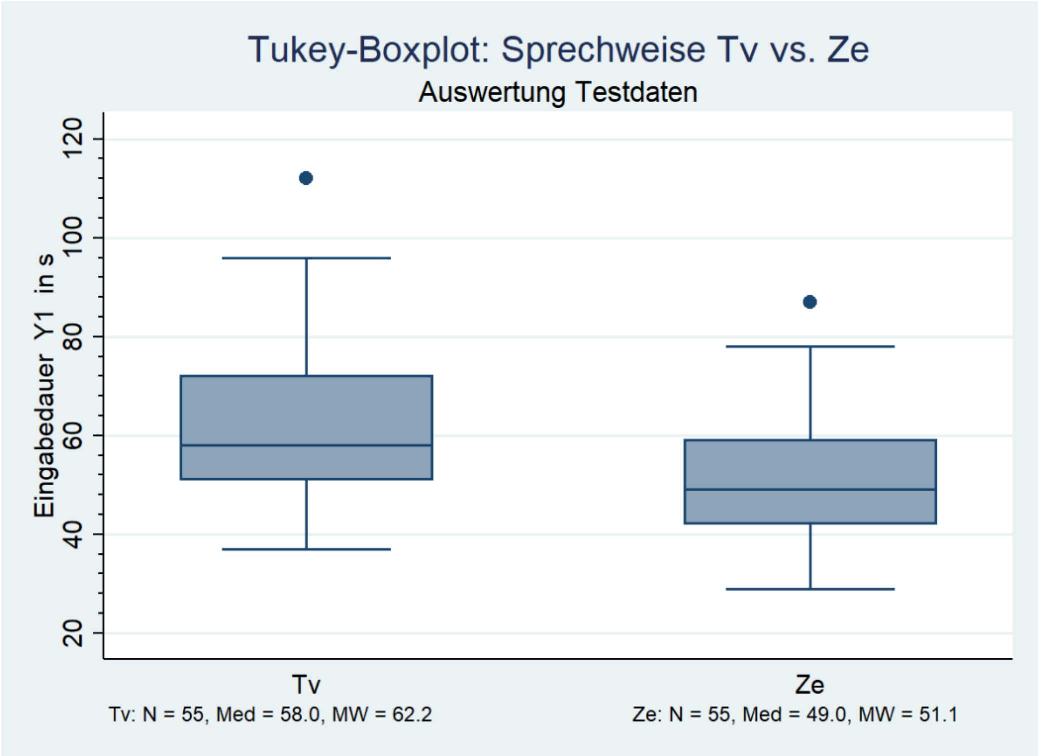

Abbildung 7 Box_Y1_test.tif: Grundergebnis Eingabedauer

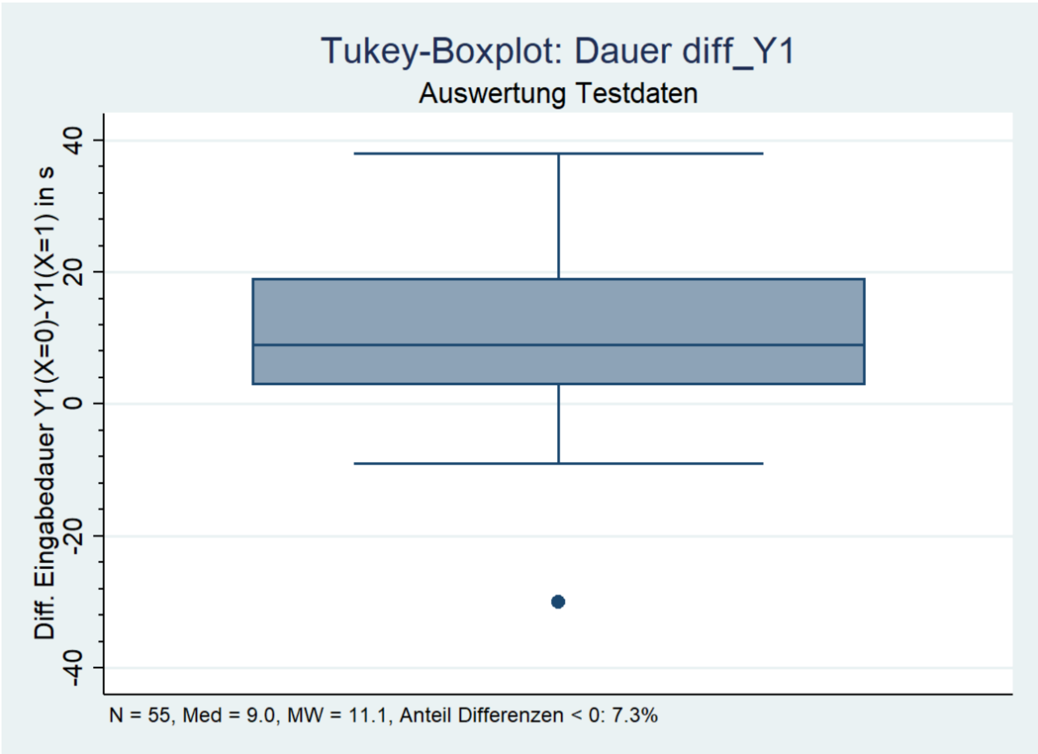

Abbildung 8 Box_diff_Y1_test.tif: Differenzen der Eingabedauern

Box Y1 test.tif, Box diff Y1 test.tif (Hauptfragestellung: Effekt der Expositionsänderung, das heißt welchen Effekt hat der Wechsel der Sprechweise?)

Sprechweise (Ze vs. Tv): -11.1, <0.001, -14.3 bis -7.9

Es zeigt sich hier ein eindeutig signifikanter Effekt der Sprechweise. Ze führt im Vergleich zu Tv im Durchschnitt zu einer um 11.1 s kürzeren Eingabedauer (bei einer durchschnittlichen Eingabedauer von ca. 60 s bedeutet dies eine Zeitersparnis von mehr als 15%), der zugehörige p-Wert ist wesentlich kleiner als 0.05 und ergibt somit, dass der Befund statistisch hochsignifikant ist. Entsprechend schließt das Konfidenzintervall den Neutralwert Null deutlich aus. Dieses Resultat ergab sich ähnlich in allen Modellierungen. Nur 7.3 % der Kinder hatten durch die Sprechweise Ze keinen Vorteil in der Schnelligkeit. Alle anderen waren mit der Sprechweise Ze schneller.

Anmerkung zum Ausreißer: Dieses Kind erhielt bei der Sprechweise Ze zuerst die Zahl 11, die als *zehneins* ausgesprochen wurde. Da es zuvor keine weitreichende, didaktisch durchgeführte Erarbeitung der Sprechweise Ze gab, war anzunehmen, dass sich gerade für die Zahlen von 11 bis 20 bei den Schüler*innen Probleme zeigen könnten. Dies war hier der Fall. Die Zahlen von 11 bis 20 sind von den Schüler*innen in ihrer Sprechweise meist automatisiert und die elf und zwölf als Sonderfall abgespeichert. Dieses Kind war nicht das einzige, das mit einer Zahl zwischen 11 und 20 bei der Sprechweise Ze startete. Obwohl ohne Übung gearbeitet wurde, zeigen sich die Vorteile der unverdrehten Sprechweise.

Die Auswertung der Kovariable *Schule* kam in den Testdaten zu folgenden Ergebnissen:

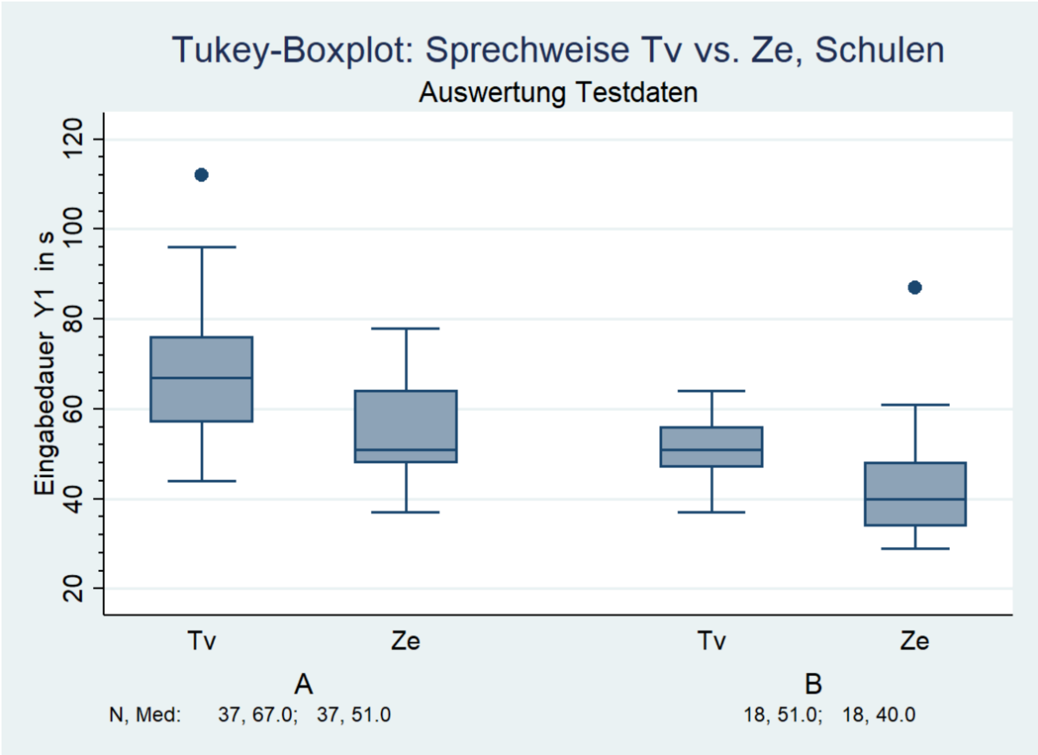

Abbildung 9 Box_Y1_Schule_test.tif: Ergebnis Y1 in den Schulen

<u>Box_Y1_Schule_test.tif</u> (Nebenfragestellung: Effekt auf das Y1-Niveau)

Schule (B vs. A): -13.8, <0.001, -18.7 bis -8.8

Es ist festzustellen, dass in der Schule B die Kinder um 13.8 s und hoch signifikant ($p<0.001$) schneller sind als in Schule A. Das Konfidenzintervall liegt deutlich von der Null entfernt.

Dieser Unterschied könnte auf den Einsatz unterschiedlicher Messgeräte (Touchscreen/kein Touchscreen) zurückzuführen sein. Dazu müssten jedoch gesonderte Untersuchungen Aufschluss geben.

Besonders festzuhalten ist, dass in einer Klasse der Schule A alle Kinder ein besseres Ergebnis mit der Sprechweise Ze hatten, also kein einziges Kind mit Tv schneller war.

Die Auswertung der Kovariable *Note_MA* kam in den Testdaten zu folgenden Ergebnissen:

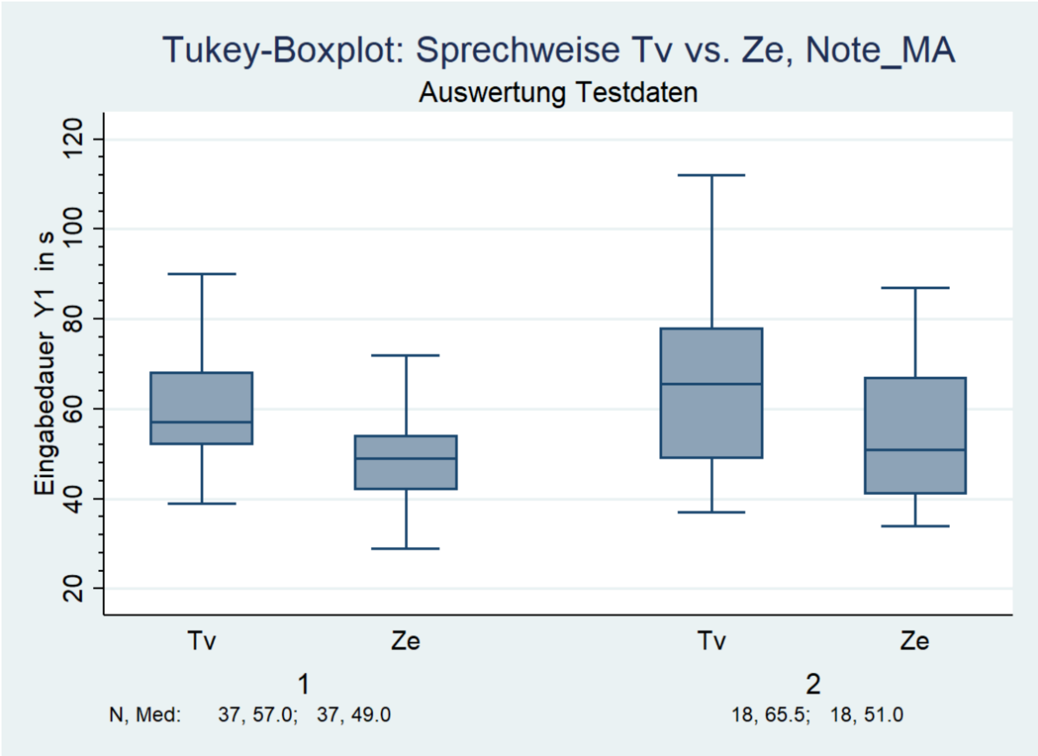

Abbildung 10 Box_Y1_Note_MA_test.tif: Ergebnisse für die Kovariable Note

<u>Box_Y1_Note_MA_test.tif</u> (Nebenfragestellung: Effekt auf das Y1-Niveau)

Note MA (2 vs. 1): 6.0, 0.033, 2.2 bis 13.4

Folglich waren Schulkinder mit Mathenote 2 im letzten Zeugnis signifikant ($p<0.05$) langsamer als Schulkinder mit Mathenote 1, und zwar im Mittel um 6 s. Dies gilt auch, wenn die Klasse zusätzlich als Variable berücksichtigt wird.

Für die Kovariablen Geschlecht, Alter und Erstsprache konnten in den Testdaten folgende Ergebnisse gesichert werden:

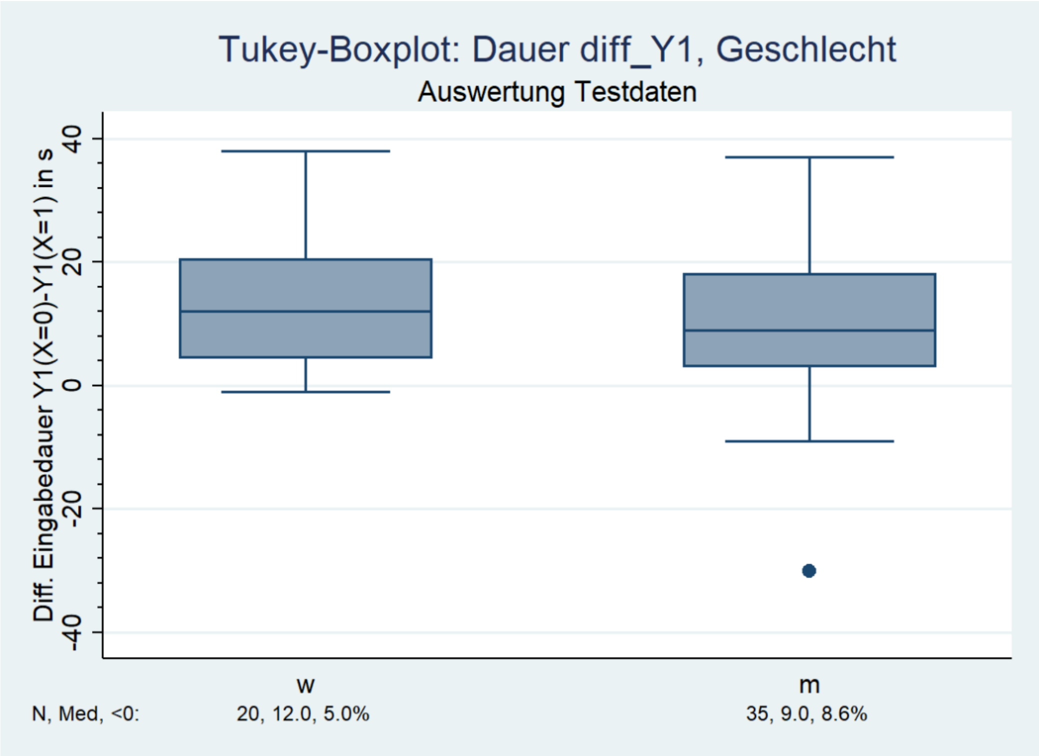

Abbildung 11 Box_diff_Y1_Geschl.tif: Ergebnisse für die Kovariable Geschlecht

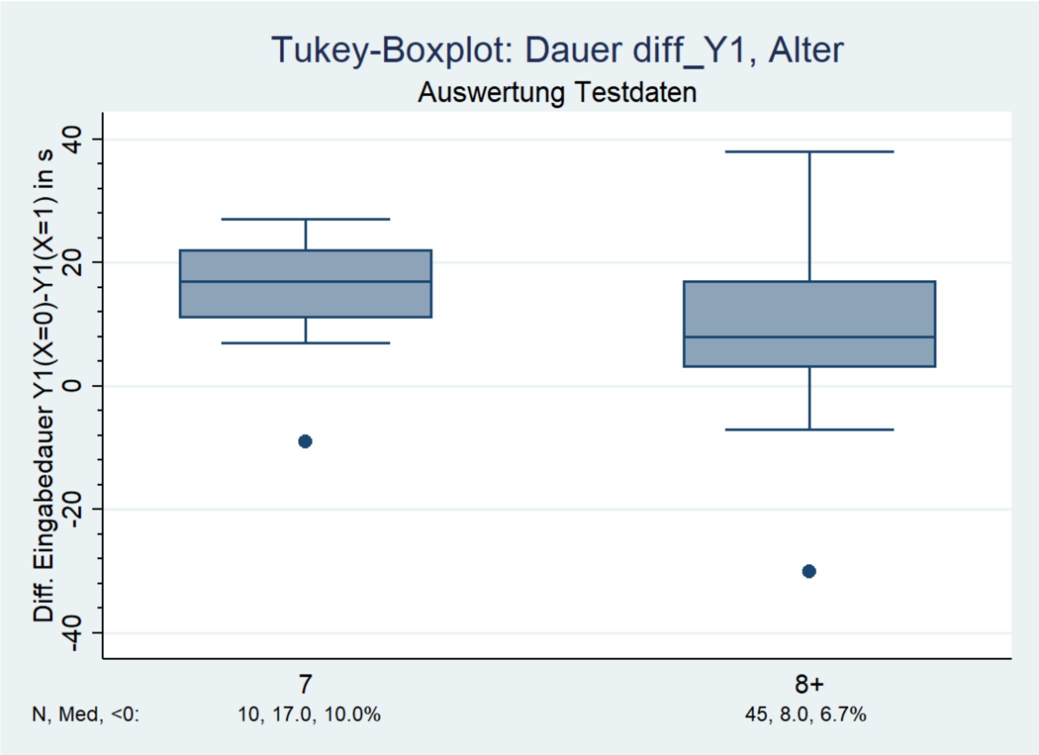

Abbildung 12 Box_diff_Y1_Alt_kat.tif: Ergebnisse für die Kovariable Alter

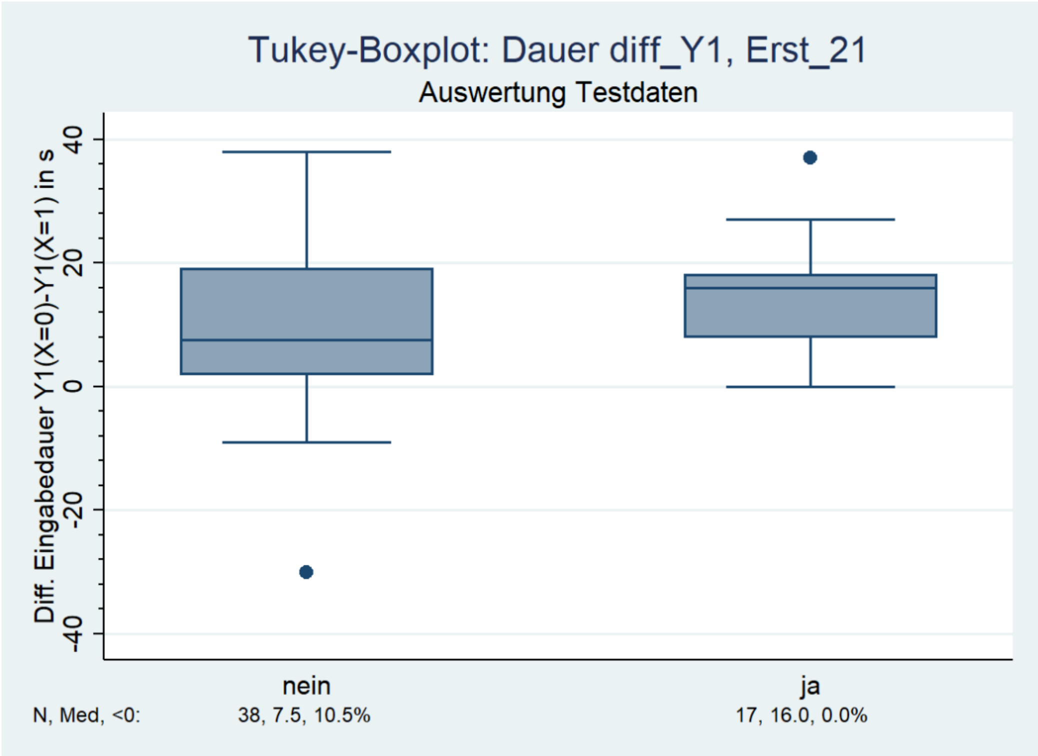

Abbildung 13 Box_diff_Y1_Erst_21_test.tif: Ergebnisse für die Kovariable Erstsprache

Für die Kovariablen Geschlecht (m vs. w), Alter (8+ vs. 7 Jahre), Erst_21 (ja vs. nein) gilt: Es lässt sich keine Modifikation des Effekts (= Hauptfragestellung) durch diese Variablen (auch nicht für die Variablen Schule und Note_MA) und auch kein Niveauunterschied in der Eingabedauer (= Nebenfragestellung), bedingt durch diese Variablen (aber für die Variablen Schule und Note_MA, siehe oben), statistisch sichern. Der Vorteil der Sprechweise Ze in der Schnelligkeit zeigt sich also einheitlich für beide Geschlechter. Ebenso ergibt sich der Vorteil der Sprechweise Ze auch in beiden Altersklassen. Die Erstsprache betreffend zeigt sich, dass Kinder, die durch ihre Erstsprache Kontakt zur stellenwertgerechten Sprechweise hatten, bei der Sprechweise zehneins etwas schneller waren und es keine negativen Differenzen gibt. Es kam also zu keinen Verlangsamungen durch die stellenwertgerechte Sprechweise. Bei Kindern, die keinen Kontakt durch ihre Erstsprache zu einer unverdrehten Sprechweise hatten, kam es auch zu negativen Differenzen. Es waren lediglich 10.5 % der Kinder, die eine inverse Sprechweise in der Erstsprache haben, mit der Sprechweise *zehneins* langsamer. Das Umdenken zwischen den Sprechweisen könnte ein möglicher Grund dafür sein.

Im Folgenden sind Belege dafür angeführt, dass sich für die Variablen Schule und Note_MA keine Modifikationen des Effekts ergeben, obwohl – wie oben belegt – diese Variablen einen klaren Effekt auf das Niveau der Eingabedauer im Durchschnitt haben:

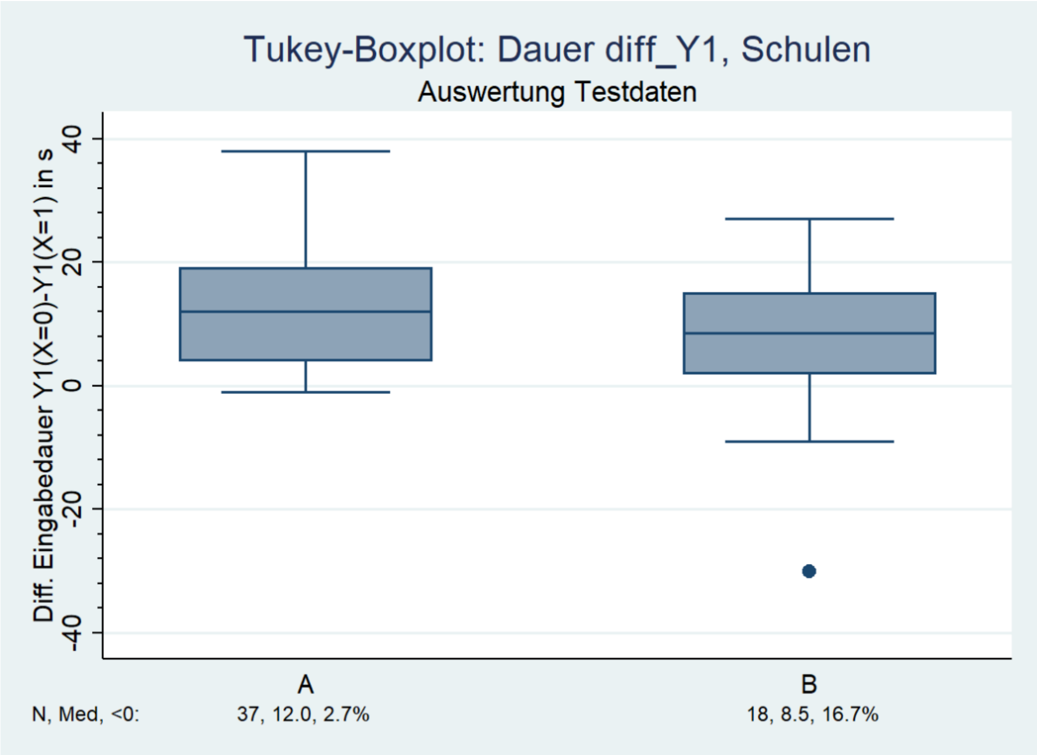

Abbildung 14 Box_diff_Y1_Schule_test.tif: Modifikation des Effekts für die Variabel Schule

<u>Box_diff_Y1_Schule_test.tif</u> (Modifikation des Effekts von Tv vs. Ze)

Schule (B vs. A): -5.2, 0.125, -1.5 bis 11.8

Das heißt, dass der Effekt der Sprechweise auf die Eingabedauer in der Schule B zwar kleiner als in der Schule A ist, aber dieser Unterschied ist nicht statistisch signifikant ($p > 0.05$) und entsprechend schließt das Konfidenzintervall die Null als Neutralwert ein. Insofern lässt sich keine Modifikation des Effekts der Sprechweise durch die Schule (B vs. A) auf die Eingabedauer statistisch sichern.

Ergebnis zur Modifikation des Effekts die Note betreffend:

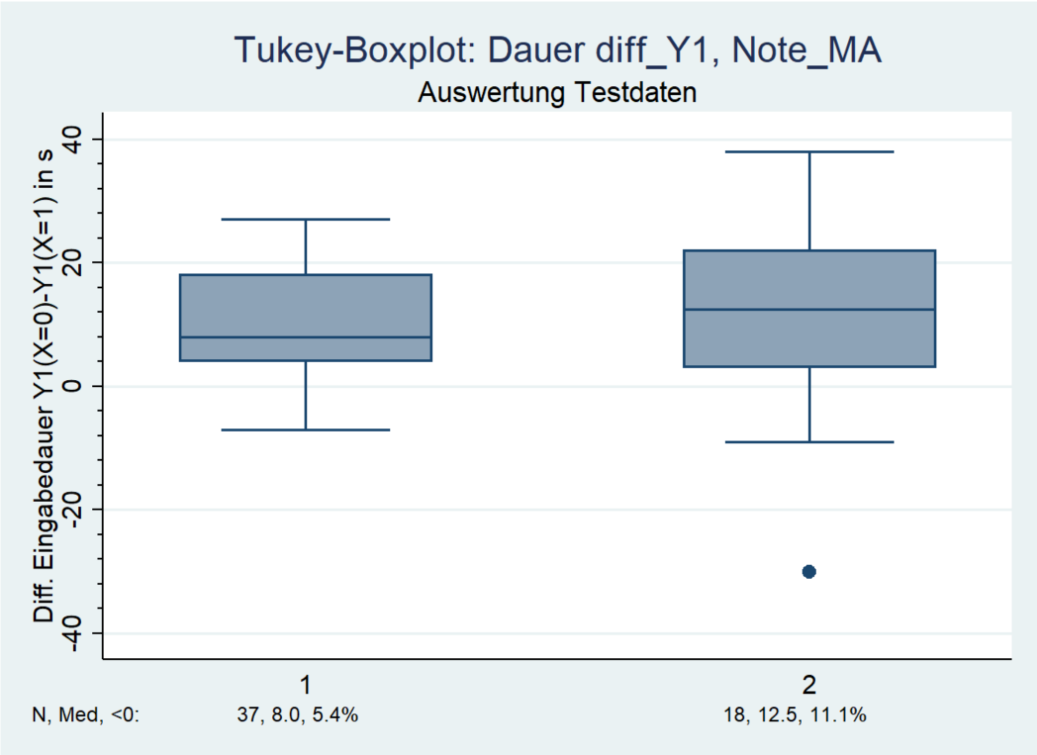

Abbildung 15 Box_diff_Y1_Note_MA.tif: Modifikation des Effekts für die Variable Note_MA

Box_diff_Y1_Note_MA_test.tif (Modifikation des Effekts von Tv vs. Ze)

Note MA (2 vs. 1): 0.2, 0.95, -7.0 bis 6.6

Folglich modifiziert die Note den Effekt der Sprechweise nicht. Kinder mit der Note 2 in Mathematik im letzten Jahreszeugnis waren im Mittel um ungefähr 6 Sekunden langsamer als Schulkinder mit der Mathenote 1 im letzten Jahreszeugnis. Der Vorteil der Sprechweise Ze zeigte sich jedoch in beiden Gruppen.

Weitere Befunde:

Sequenz der Exposition, Carry-Over der Exposition und Perioden der Exposition ergaben sich nicht als relevante zusätzliche Variablen.

Es ergab sich kein relevanter Unterschied in den Ergebnissen, ob der Standard-Variance Estimator oder der Robust-Variance Estimator (geclustered) verwendet wurde.

7.2.2 Analytische Ergebnisse zur Fehlerzahl Y2 in den Testdaten

In diesem Punkt sollen nun ausgewählte analytische Ergebnisse mit der Panelregression (Stata: xtpoisson-Befehl) und einfacher Regression (Stata: poisson-Befehl) zur Fehlerzahl Y2 in den Testdaten vorgestellt werden. Bei Präsentation der Ergebnisse wird immer auf zugehörige grafische Darstellungen Bezug genommen (Dateinamen). Die zentralen Ergebnisse aus den Modellierungen werden wie folgt strukturiert: Variable, Effekt der Variablen auf die Fehlerzahl, p-Wert (Signifikanzniveau von 0.05 = 5%), 95%-Konfidenzintervall zum Effekt auf die Fehlerzahl.

Hauptfragestellung: Mit der Panelregression für Zählvariablen (xtpoisson, fe = fixed-effects models = Erweiterungen der Differenzenmethode) werden der Effekt der Sprechweise sowie die Modifikation dieses Effekts durch Kovariablen auf die Fehlerzahl Y2 untersucht. Beispielfrage: Wie groß ist der Effekt des Sprechweisenwechsels Tv zu Ze auf die Fehlerzahl Y2, und ist dieser Effekt der Sprechweise in der urban gelegenen Schule anders als in der ländlichen Schule (Kovariable: Schule)?

Nebenfragestellung: Mit der einfachen Regression (poisson) werden Einflüsse der Kovariablen auf das Niveau der Fehlerzahl Y2 untersucht. Beispielfrage: Ist die durchschnittliche Fehlerzahl in der urban gelegenen Schule anders als in der ländlich gelegenen Schule (Kovariable: Schule)?

Die Auswertung der Responsvariable *Fehler* kam in den Testdaten zu folgenden Ergebnissen:

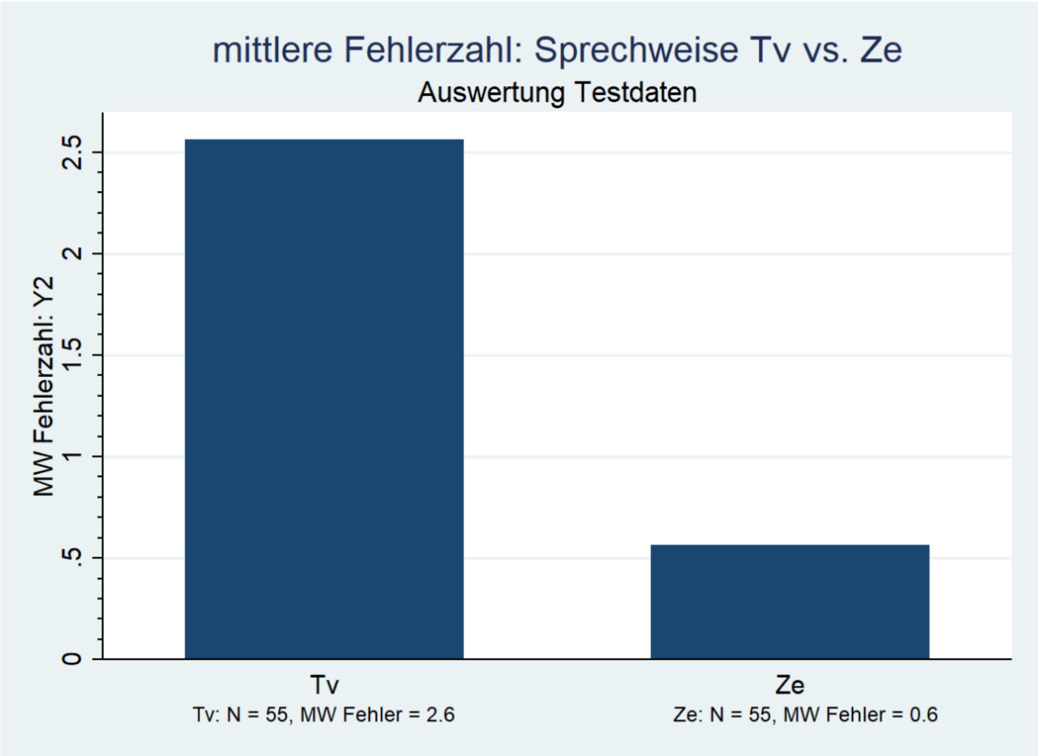

Abbildung 16 Bar_Y2_test.tif: Ergebnisse mittlere Fehlerzahl pro Durchgang

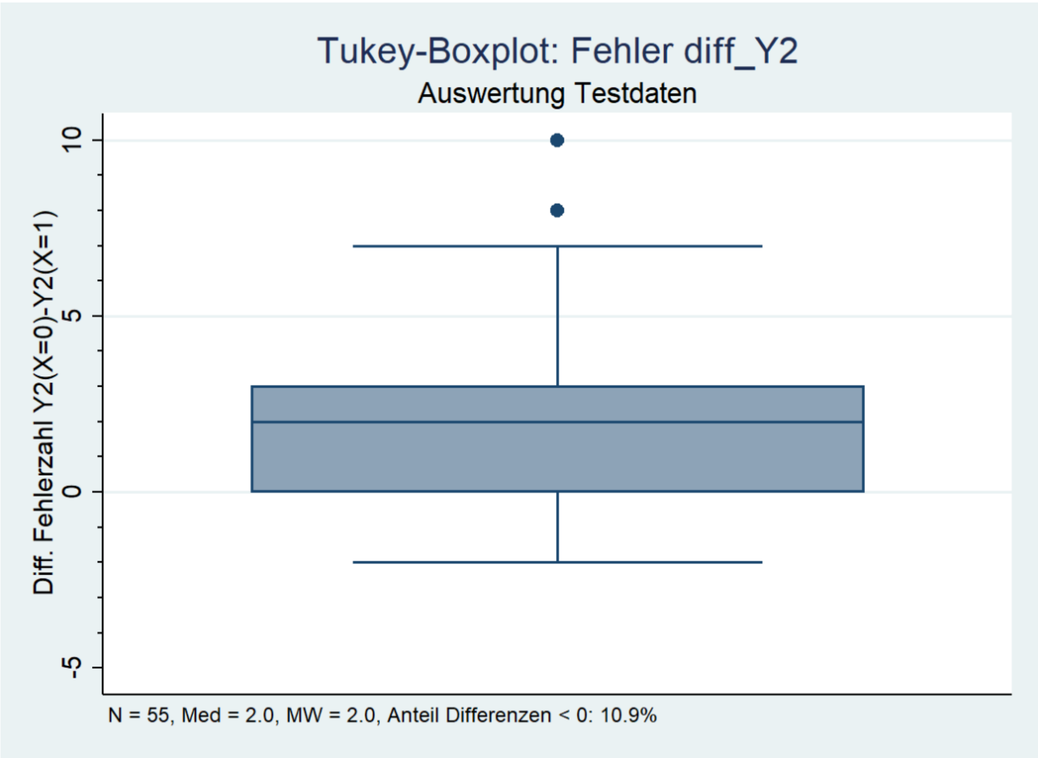

Abbildung 17 Box_diff_Y2_test.tif: Verteilung der Fehlerzahl-Differenzen

Bar_Y2_test.tif, Box_diff_Y2_test.tif (Hauptfragestellung: Effekt der Expositionsänderung, das heißt: Welchen Effekt hat der Wechsel der Sprechweise?)

Sprechweise (Ze vs. Tv): 0.22, <0.001, 0.15 bis 0.32

Es konnte ein eindeutig signifikanter Effekt der Sprechweise festgestellt werden. Bei der Sprechweise Ze ereigneten sich im Durchschnitt nur rund 22% der Fehler. (78% weniger als bei Tv), der p-Wert ist wesentlich kleiner als 0.05 und somit statistisch hochsignifikant, entsprechend schließt das Konfidenzintervall den Neutralwert 1 (100%) deutlich aus. Dieses Resultat ergab sich ähnlich in allen Modellierungen. Median und Mittelwert zeigen für die Sprechweise Tv zwei zusätzliche Fehler und 10.9 % der Differenzen sind negativ. Dies bedeutet, dass 10.9 % der Kinder bei der Sprechweise Ze mehr Fehler hatten als bei der inversen Sprechweise.

Die Auswertung der Kovariable *Alter* kam in den Testdaten zu folgenden Ergebnissen:

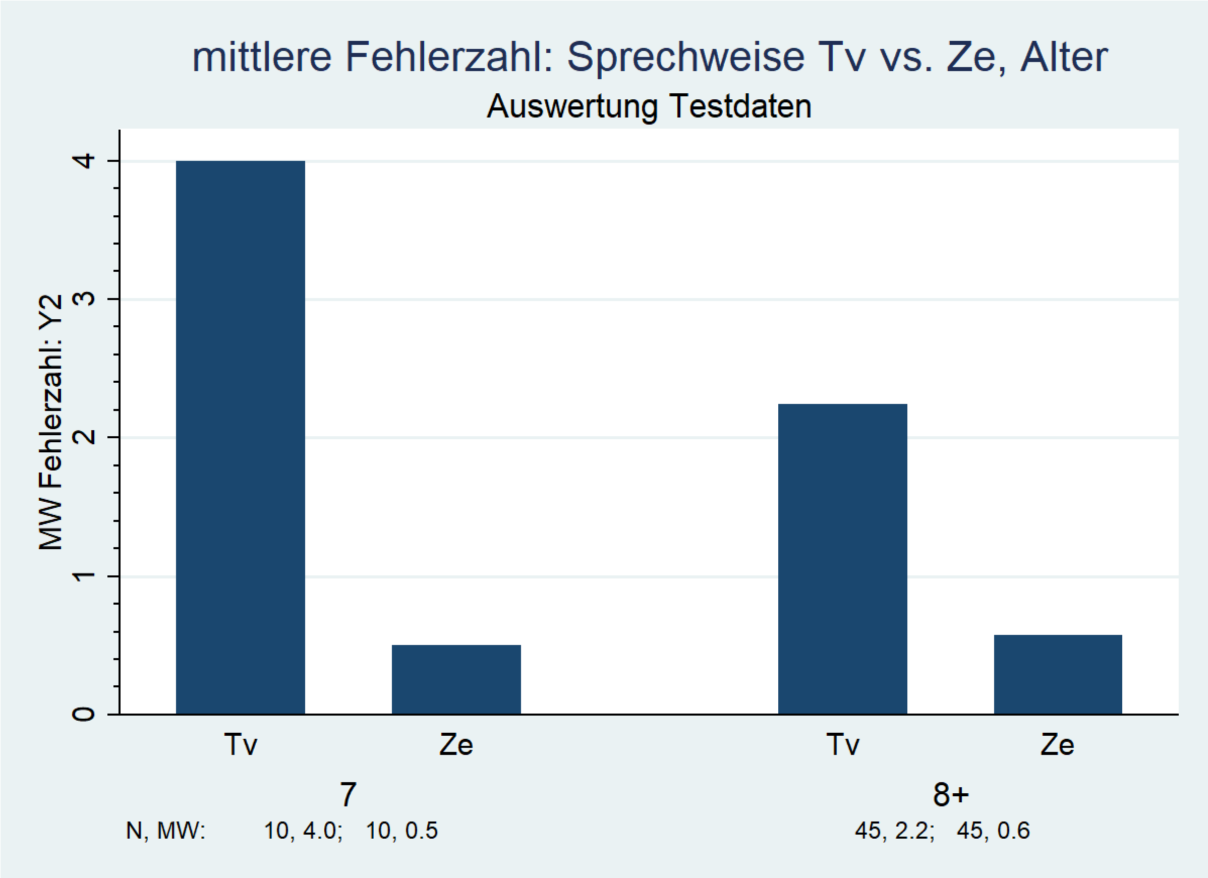

Abbildung 18 Bar_Y2_Alt_kat_test.tif: Ergebnisse für die Kovariable Alter

<u>Bar_Y2_Alt_kat_test.tif</u> (Nebenfragestellung: Effekt auf das Y2-Niveau)

Alter (8+ vs. 7): 0.66, 0.015, 0.47 bis 0.92

Festgestellt werden kann, dass die älteren Schulkinder um 44% weniger Fehler machen als die jüngeren Kinder bei der Sprechweise *traditionell verdreht* und dieser Unterschied ist statistisch signifikant ($p<0.05$). Das Konfidenzintervall liegt entsprechend unterhalb des Neutralwertes von 1 (100%). Für die jüngeren Schüler*innen verringert sich die Fehlerzahl stärker bei der Sprechweise *zehneins* als für die älteren Schüler*innen. Jüngere Schüler*innen scheinen also mehr von der Sprechweise *zehneins* zu profitieren.

Für die Kovariablen Schule (B vs. A), Klasse (3, 4, 5), Geschlecht (m vs. w), Erst_21 (ja vs. nein), Note_MA (2 vs. 1) gilt: Es lässt sich keine Modifikation des Effekts (= Hauptfragestellung) durch diese Variablen (auch nicht durch das Alter), und kein Niveauunterschied in der Fehlerzahl (= Nebenfragestellung), bedingt durch diese Variablen (aber durch das Alter, siehe oben), statistisch sichern.

Weitere Befunde:

Sequenz der Exposition, Carry-Over der Exposition und Perioden der Exposition ergaben sich nicht als relevante zusätzliche Variablen.

Es zeigte sich kein relevanter Unterschied in den Ergebnissen, ob der Standard-Variance Estimator oder der Robust-Variance Estimator (geclustered) verwendet wurde.

Parallelanalysen mit negativer binomialer Regression (nbreg) ergaben keine wesentlich anderen Befunde.

7.2.3 Analytische Ergebnisse zur Anzahl fehlerfreier Testungen Y2neg in den Testdaten

In diesem Punkt sollen nun ausgewählte analytische Ergebnisse mit der Panelregression (Stata: xtlogit-Befehl) und einfacher Regression (Stata: logit-Befehl) zur Anzahl fehlerfreier Testungen Y2neg in den Testdaten dargestellt werden. Bei Präsentation der Ergebnisse wird immer auf zugehörige grafische Darstellungen Bezug genommen (Dateinamen). Die zentralen Ergebnisse aus den Modellierungen werden wie folgt strukturiert: Variable, Effekt der Variablen auf den Anteil fehlerfreier Testungen, p-Wert (Signifikanzniveau von 0.05 = 5%), 95%-Konfidenzintervall zum Effekt auf den Anteil fehlerfreier Testungen.

<u>Hauptfragestellung</u>: Mit der Panelregression für Binärvariablen (xtlogit, fe = fixed-effects models = Erweiterungen der Differenzenmethode) werden der Effekt der Sprechweise sowie die Modifikation dieses Effekts durch Kovariablen auf die Anzahl fehlerfreier Testungen Y2neg untersucht. Beispielfrage: Wie groß ist der Effekt des Sprechweisenwechsels Tv zu Ze auf die Anzahl fehlerfreier Testungen Y2neg.

<u>Nebenfragestellung</u>: Mit der einfachen Regression (poisson) werden Einflüsse der Kovariablen auf das Niveau der Anzahl fehlerfreier Testungen Y2neg untersucht. Beispielfrage: Ist die durchschnittliche Fehlerzahl in der urban gelegenen Schule anders als in der ländlich gelegenen (Kovariable: Schule)?

Hier sind nun die Ergebnisse der fehlerfreien Testungen Y2negp in den Testdaten ersichtlich:

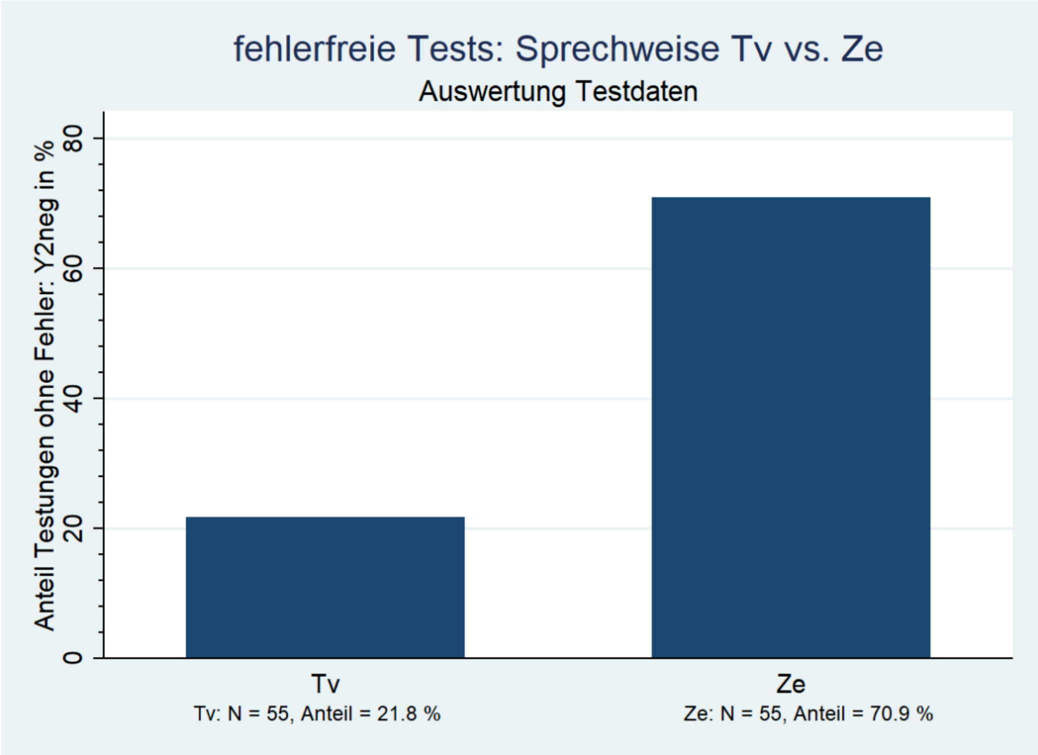

Abbildung 19 Bar_Y2negp_test_tif: Ergebnis fehlerfreie Testung in den Testdaten

<u>Bar_Y2negp_test.tif</u> (Hauptfragestellung: Effekt der Expositionsänderung, also welchen Effekt hat der Wechsel der Sprechweise?)

Sprechweise (Ze vs. Tv): 14.5, <0.001, 3.5 bis 60.7

Es konnte nachgewiesen werden, dass ein eindeutig signifikanter Effekt der Sprechweise vorhanden ist. Bei der Sprechweise Ze gab es das 14.5-fache an fehlerfreien Testungen (im Vergleich zu Tv), der zugehörige p-Wert ist wesentlich kleiner als 0.05 und somit statistisch hochsignifikant, das Konfidenzintervall schließt den Neutralwert 1 deutlich aus. Dieses Resultat ergab sich ähnlich in allen Modellierungen.

Die Auswertung der Kovariable *Erst_21* kam in den Testdaten zu folgenden Ergebnissen:

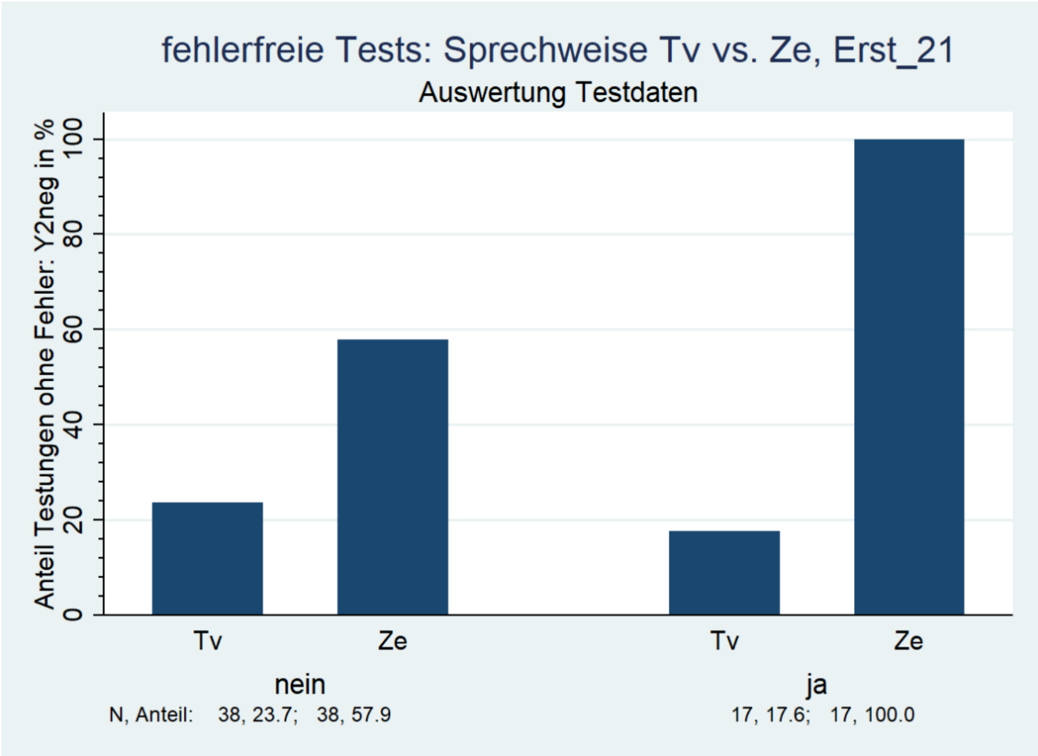

Abbildung 20 Bar_Y2negp_Erst_21_test.tif: Ergebnis fehlerfreie Testungen in Bezug auf die Erstsprache

<u>Bar_Y2negp_Erst_21_test.tif</u> (Nebenfragestellung: Effekt auf das Y2neg-Niveau)

Erst_21 (ja vs. nein): 2.6, 0.063, 0.95 bis 7.22

Es zeigt sich, dass die aufgrund ihrer Muttersprache(n) mit Zwanzigeins bekannten Schulkinder mehr als doppelt so viele Testungen ohne Fehler absolvierten und dieser Unterschied ist grenzwertig signifikant (p liegt nahe bei 0.05). Das Konfidenzintervall schließt den Neutralwert 1 knapp ein. Wie die Grafik zeigt (Bar_Y2negp_Erst_21_test.tif), liegt dieser grenzwertig signifikante Effekt an einer größeren Häufigkeit der fehlerfreien Testungen allein bei der Sprechweise Ze bei den Kindern, die über ihre Muttersprache bereits Kontakt zu einer stellenwertgerechten Sprechweise hatten.

Schule (B vs. A), Klasse (3, 4, 5), Geschlecht (m vs. w), Alter (8+ vs. 7 Jahre), Note_MA (2 vs. 1): Es lässt sich keine Modifikation des Effekts (= Hauptfragestellung) durch diese Variablen (auch nicht bei Erst_21) und kein Niveauunterschied in dem Anteil fehlerfreier Messungen (= Nebenfragestellung), bedingt durch diese Variablen, statistisch sichern.

<u>Weitere Befunde:</u>

Sequenz der Exposition, Carry-Over der Exposition und Perioden der Exposition ergaben sich nicht als relevante zusätzliche Variablen.

Es zeigte sich kein relevanter Unterschied in den Ergebnissen, ob der Standard-Variance Estimator oder der Robust-Variance Estimator (geclustered) verwendet wurde.

7.2.4 Zusammenschau der analytischen Ergebnisse in allen Perioden

Da Lerneffekte von den Probedurchgängen zu den Testdurchgängen möglich sein können, wurden zusätzlich alle Perioden ausgewertet. Lerneffekte können, als Periodeneffekte, den Unterschied in der Wirkung der Sprechweise Tv und Ze überlagern. Durch das vorliegende Untersuchungsdesign kommt dieser Lerneffekt im Mittel nicht als Störgröße zum Tragen, warum sich auch eine Auswertung aller Perioden als sinnvoll erweist.

Im Folgenden wird das Ergebnis zu den vermuteten Lerneffekten dargestellt.

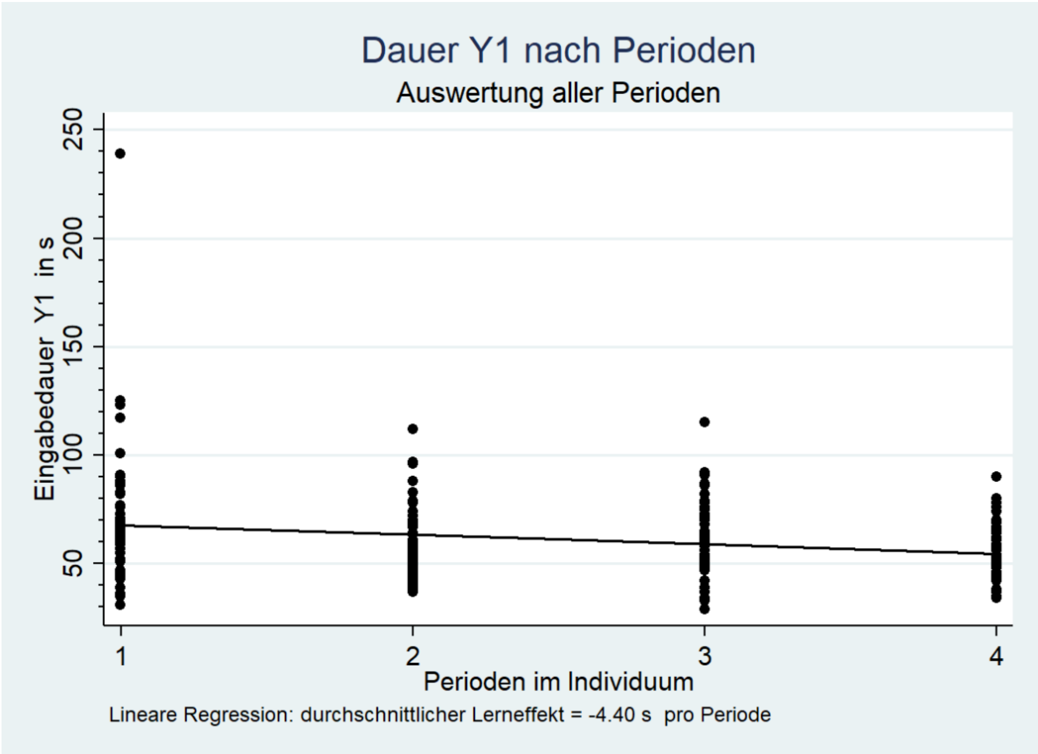

Abbildung 21 Y1_period_all.tif: Ergebnis vermutete Lerneffekte

Klar erkennbar ist, dass Y1 über die 4 Perioden abfällt, was den vermuteten Lerneffekt bestätigt und zwar mit durchschnittlich 4.4 Sekunden pro Periode.

7.2.4.1 Ausgewählte analytische Ergebnisse mit der Panelregression (Stata: xtreg-Befehl) und einfacher Regression (Stata: reg-Befehl) zur Eingabedauer Y1 in allen Perioden

Es ergab sich ein hochsignifikanter Perioden-Effekt ($p<0.001$), im Wesentlichen bedingt durch eine hohe Eingabedauer in der ersten Periode. Für die zweite (im Durchschnitt 12 s schneller als die erste), dritte (um 10 s schneller als die erste) und vierte (um 14 s schneller als die erste) fanden sich ähnliche Werte. Im Folgenden sind alle Ergebnisse für Perioden adjustiert. Die Berücksichtigung der Perioden in den Modellen änderte die Effektschätzung für die Sprechweise aber nur marginal.

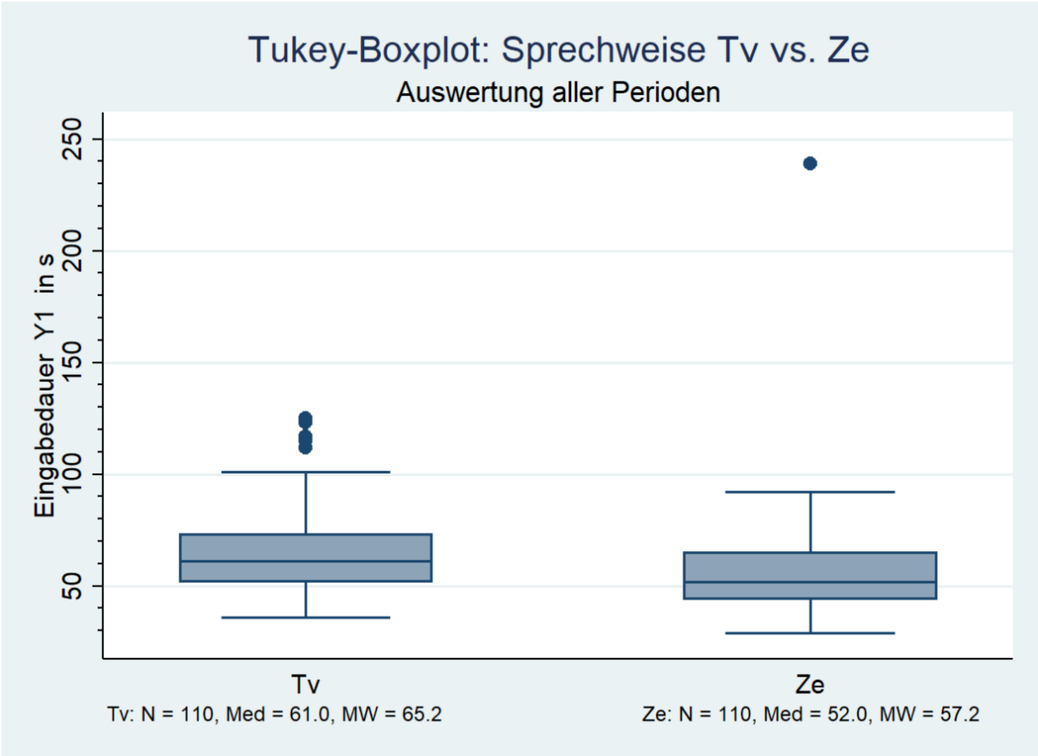

Abbildung 22 Box_Y1_all.tif: Eingabedauer alle Perioden

<u>Box_Y1_all.tif</u> (Hauptfragestellung: Effekt der Expositionsänderung, das heißt: Welchen Effekt hat der Wechsel der Sprechweise?)

Sprechweise (Ze vs. Tv): -7.8, <0.001, -11.6 bis -4.0

Hier zeigt sich ein eindeutig signifikanter Effekt der Sprechweise. Sprechweise Ze führt im Vergleich zu Sprechweise Tv im Durchschnitt zu einer um 7.8 s kürzeren Eingabedauer, p ist wesentlich kleiner als 0.05 und somit statistisch hochsignifikant, das Konfidenzintervall schließt den Neutralwert 0 deutlich aus. Dieses Resultat ergab sich ähnlich in allen Modellierungen.

Geschlecht (m vs. w), Alter (8+ vs. 7 Jahre): Es lässt sich keine Modifikation des Effekts (= Hauptfragestellung) durch diese Variablen (aber Erst_21) und kein Niveauunterschied in der Eingabedauer (= Nebenfragestellung), bedingt durch diese Variablen, (aber Note_MA und Schule) statistisch sichern. Die Variablen Note_MA (2 vs. 1) und Schule (urban gelegene Schule vs. ländlich gelegene) modifizierten nicht den Effekt der Sprechweise, Erst_21 (ja vs. nein) zeigte keinen gesicherten Effekt auf das Y1-Niveau.

<u>Weitere Befunde:</u>

Auch ein Carry-Over-Effekt konnte nachgewiesen werden (p=0.034): Die Eingabedauern waren niedriger (- 3 s), wenn in der Periode zuvor Ze getestet wurde.

Nach Adjustierung für die Perioden traten keine relevanten Modifikationen durch die Sequenzen auf.

Es zeigte sich kein relevanter Unterschied in den Ergebnissen, ob der Standard-Variance Estimator oder der Robust-Variance Estimator (geclustered) verwendet wurde.

7.2.4.2 Ausgewählte analytische Ergebnisse mit der Panelregression (Stata: xtpoisson-Befehl) und einfacher Regression (Stata: poisson-Befehl) zur Fehlerzahl Y2 in allen Perioden

Es ergab sich ein nicht-signifikanter Perioden-Effekt ($p>0.05$). Im Folgenden sind alle Ergebnisse für Perioden adjustiert. Die Berücksichtigung der Perioden in den Modellen änderte die Effektschätzung für die Sprechweise nur marginal.

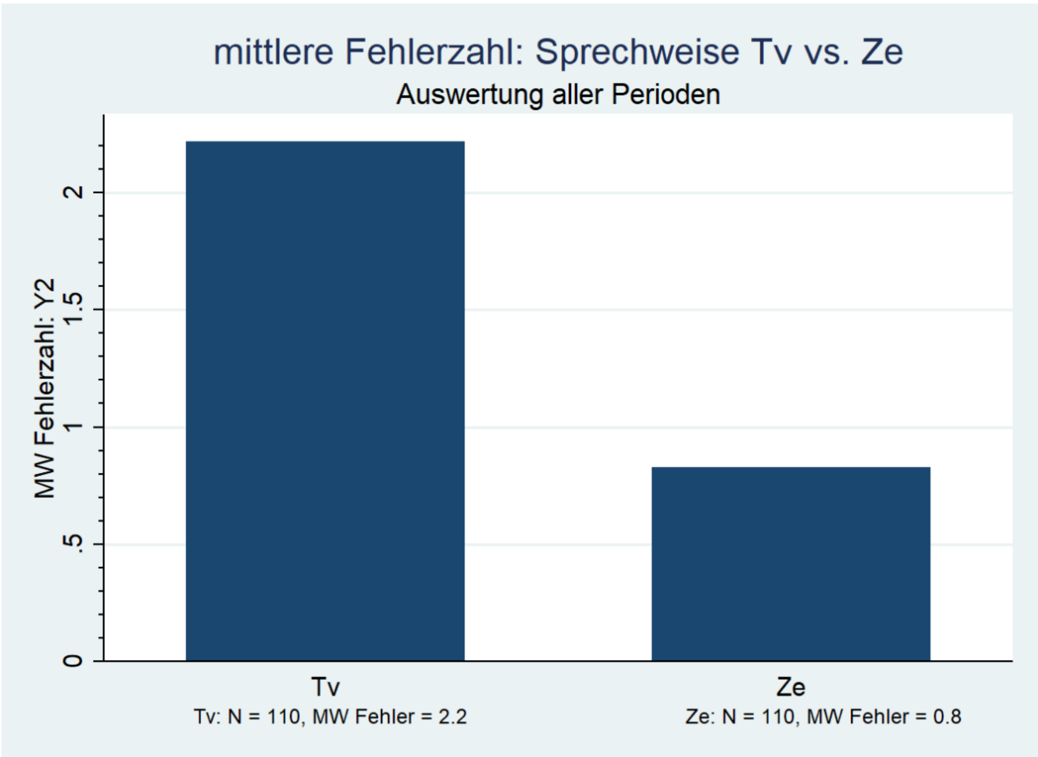

Abbildung 23 Bar_Y2_all.tif: Ergebnis Fehlerzahl alle Perioden

Die Ergebnisse zeigen eindeutig, dass die Kinder in allen Perioden mit der stellenwertgerechten Sprechweise *zehneins* Zahlen schneller und fehlerfreier verschriftlichen konnten.

<u>Bar_Y2_all.tif</u> (Hauptfragestellung: Effekt der Expositionsänderung, das heißt: Welchen Effekt hat der Wechsel der Sprechweise?)

Sprechweise (Ze vs. Tv): 0.37, <0.001, 0.29 bis 0.48

Ein eindeutig signifikanter Effekt der Sprechweise konnte nachgewiesen werden. Bei der Sprechweise Ze ereigneten sich im Durchschnitt nur 37% der Fehler, die bei der Sprechweise

Tv auftreten (63% weniger als bei Tv), p ist wesentlich kleiner als 0.05 und somit statistisch hochsignifikant, entsprechend schließt das Konfidenzintervall den Neutralwert 1 deutlich aus. Dieses Resultat ergab sich ähnlich in allen Modellierungen. Es geht also die Fehlerzahl bei der Sprechweise Ze im Vergleich zur Sprechweise Tv deutlich zurück.

Schule (B vs. A), Klasse (3, 4, 5), Geschlecht (m vs. w), Note_MA (2 vs. 1): Es lässt sich keine Modifikation des Effekts (= Hauptfragestellung) durch diese Variablen und kein Niveauunterschied in der Zahl der Fehler, bedingt durch diese Variablen, statistisch sichern. Für die kategorisierte Variable Alter ergab sich sowohl eine modifizierende Wirkung als auch ein Einfluss auf das Y2-Niveau, für Erst_21 konnte nur eine modifizierende Wirkung statistisch gesichert werden. Das bedeutet, dass sich in beiden Altersgruppen die Fehlerzahl bei der Sprechweise Ze reduziert. Der Effekt ist allerdings bei den älteren Kindern schwächer. Das Alter modifiziert den Effekt in beide Richtungen. Die älteren Schüler*innen haben mehr Fehler bei der Sprechweise Ze, aber weniger bei der Sprechweise Tv im Vergleich zu den jüngeren Schüler*innen. Bezogen auf die Erstsprache ist festzustellen, dass beide Gruppen weniger Fehler bei der Sprechweise Ze machen. Bei Kindern, die bereits durch ihre Erstsprache Kontakt zur unverdrehten Zahlensprechweise hatten, ergab sich eine niedrigere Fehlerzahl bei der Sprechweise Ze und eine höhere Fehlerzahl bei der Sprechweise Tv als bei den Kindern, deren Erstsprache eine inverse Sprechweise enthält. Der Effekt der Sprechweise wird durch die Variable Erst_21 folglich modifiziert. Der Effekt ist für Kinder mit einer nichtinversen Sprechweise hinsichtlich der Zahlen deutlich größer. Diese Effekte sind in den größeren Datenmengen besser abgebildet.

<u>Weitere Befunde:</u>

Sequenz der Exposition und Carry-Over der Exposition ergaben sich nicht als relevante zusätzliche Variablen.

Es zeigte sich kein relevanter Unterschied in den Ergebnissen, ob der Standard-Variance Estimator oder der Robust-Variance Estimator (geclustered) verwendet wurde.

Parallelanalysen mit negativer binomialer Regression (nbreg) ergaben keine wesentlich anderen Befunde.

7.2.4.3 Ausgewählte analytische Ergebnisse mit der Panelregression (Stata: xtlogit-Befehl) und einfacher Regression (Stata: logit-Befehl) zur Anzahl fehlerfreier Testungen Y2neg in allen Perioden

Es ergab sich ein nicht-signifikanter Perioden-Effekt (p>0.05). Im Folgenden sind alle Ergebnisse für Perioden adjustiert. Die Berücksichtigung der Perioden in den Modellen änderte die Effektschätzung für die Sprechweise nur marginal.

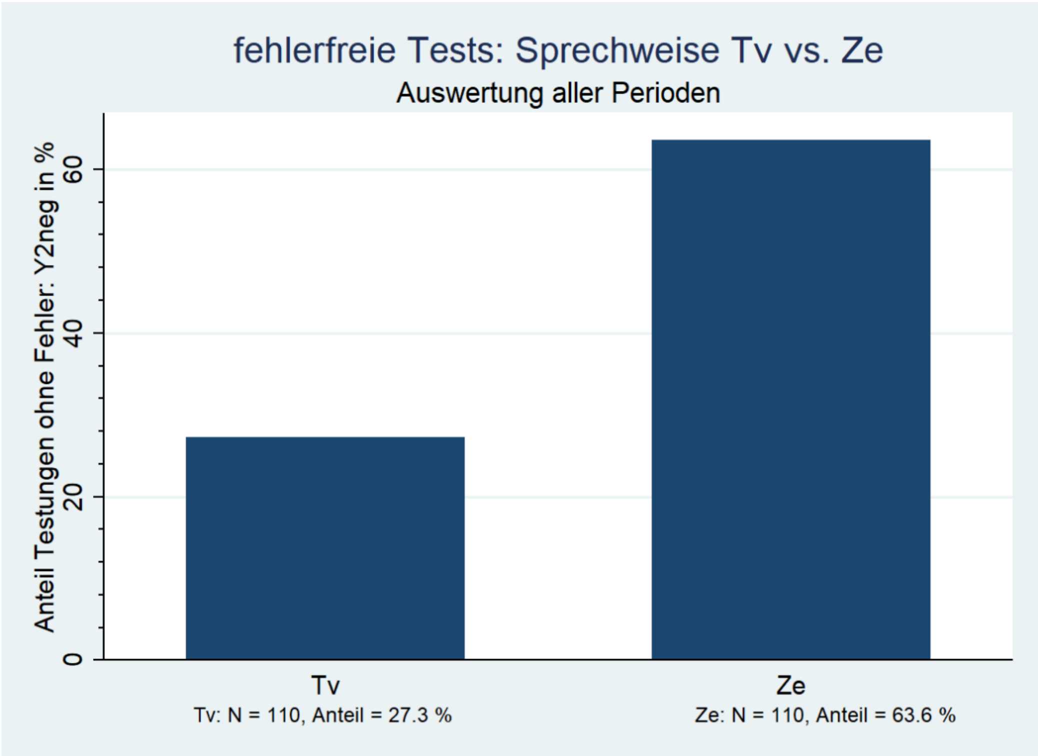

Abbildung 24 Bar_Y2negp_all.tif: Ergebnis fehlerfreie Testungen alle Perioden

<u>Bar_Y2negp_all.tif</u> (Hauptfragestellung: Effekt der Expositionsänderung, das heißt: Welchen Effekt hat der Wechsel der Sprechweise?)

Sprechweise (Ze vs. Tv): 5.4, <0.001, 2.9 bis 9.9

Auch hier ist ein eindeutig signifikanter Effekt der Sprechweise zu sehen. Das Odds Ratio liegt mit 5.4 hoch (überschätzt das relative Risiko aber aufgrund der hohen Basisprävalenz, bei Ze gab es das 2.3-fache an fehlerfreien Testungen im Vergleich zu Tv: Ze: 63.6%, Tv: 27.3%), der zugehörige p-Wert ist wesentlich kleiner als 0.05. Der Unterschied in der Häufigkeit fehlerfreier Testungen ist also statistisch hochsignifikant. Das Konfidenzintervall schließt den Neutralwert 1 deutlich aus. Dieses Resultat ergab sich ähnlich in allen Modellierungen.

Schule (ländlich gelegene vs. urban gelegene), Klasse (3, 4, 5), Geschlecht (m vs. w), Alter (8+ vs. 7 Jahre), Erst_21 (ja vs. nein), Note_MA (2 vs. 1): Es lässt sich keine Modifikation des Effekts durch diese Variablen (= Hauptfragestellung) und kein Niveauunterschied im Anteil fehlerfreier Schätzungen (= Nebenfragestellung), bedingt durch diese Variablen, statistisch sichern.

Weitere Befunde:

Sequenz der Exposition, Carry-Over der Exposition und Perioden der Exposition ergaben sich nicht als relevante zusätzliche Variablen.

Es ziegte sich kein relevanter Unterschied in den Ergebnissen, ob der Standard-Variance Estimator oder der Robust-Variance Estimator (geclustered) verwendet wurde.

7.3 Überprüfung der Hypothesen und Beantwortung der Forschungsfrage

Vorangegangene Studien belegen, dass die inverse Aussprache von Zahlwörtern die Transkodierung erschwert. Dieser Erkenntnis wurde in der vorliegenden Arbeit durch die Messung der Zeit nachgegangen. Der große Vorteil dieser Studie ist, dass es zu interpersonalen Vergleichen kommt (within-Vergleiche und nicht between-Vergleiche). Anders als bei der Studie von Pixner et al. (2011) wurden jedoch Kinder untersucht, die keinerlei Vorerfahrung mit der Sprechweise *zehneins* hatten. Es wurde weiters die Annahme untersucht, dass durch die Erschwernis im Transkodierungsprozess begründet durch die Zahleninversion gehäuft Fehler auftreten. Auch hier muss der Vorteil der within-Vergleiche hervorgehoben werden. Die Kinder werden nur mit sich selbst verglichen. Störgrößen wie eine andere Kultur oder ein anderes Bildungssystem fallen dadurch gänzlich weg. Resultierend aus den theoretischen Überlegungen und in der Zusammenschau mit dem aktuellen Forschungsstand stellte sich die folgende Forschungsfrage und wurde das Hypothesenpaar entwickelt und überprüft:

*Können Schüler*innen bei einer Schreibung der Zahlen, die mit der Sprechweise hinsichtlich des Stellenwertes übereinstimmt, Zahlen schneller und fehlerfreier verschriftlichen?*

H1: Es besteht ein Unterschied in der Geschwindigkeit und Fehlerhäufigkeit beim Transkodieren von Zahlen zwischen einer stellenwertgerechten Sprechweise und der im deutschen Sprachraum üblichen inversen Sprechweise in einem Zahlendiktat.

H0: Es besteht kein Unterschied in der Geschwindigkeit und Fehlerhäufigkeit beim Transkodieren von Zahlen zwischen einer stellenwertgerechten Sprechweise und der im deutschen Sprachraum üblichen inversen Sprechweise in einem Zahlendiktat.

Auf Grundlage der empirischen Daten und deren Auswertung kann die Hypothese H1 bestätigt werden. Es besteht ein signifikanter Unterschied sowohl im Bereich Geschwindigkeit Y1 (gemessen durch die Eingabedauer in Sekunden) als auch im Bereich der Fehlerhäufigkeit Y2 (gemessen durch die Fehlerzahl) zugunsten der Sprechweise *zehneins*, also der unverdrehten

Sprechweise. Die in der deutschen Sprache verwendete Sprechweise von Zahlen im Zahlenraum von 11 bis 99 führt zu einer Verlangsamung im Arbeitstempo und zu einer Häufung von Fehlern. Die Forschungsfrage betreffend heißt dies, dass die Schüler*innen Zahlen schneller und auch fehlerfreier verschriftlichen können, wenn die Sprechweise der Zahlen mit der Schreibung der Zahlen, im Sinne einer stellenwertgerechten Schreibung und Aussprache, übereinstimmt.

Bemerkenswert ist, dass sich bereits bei der Erhebung der Daten zeigte, dass viele Kinder bei der Aussprache *zehneins* gar keine Fehler machten. Diese Annahme konnte durch die Auswertung der Daten klar belegt werden.

8 Zusammenfassung und Diskussion

Abschließend soll resümierend dargestellt werden, welche Erkenntnis insgesamt aus der gesamten Arbeit gewonnen wird. Entlang der aktuellen Literatur konnte im theoretischen Teil der vorliegenden Arbeit gezeigt werden, dass es im Mathematikunterricht bis zur zweiten Schulstufe Themengebiete gibt, die im Unterricht besondere Beachtung finden müssen, da sie als Basis für weiterführende Lerninhalte zu sehen sind. Dazu ist es notwendig, dass nicht nur rein prozedurales Wissen aufgebaut wird, sondern immer auch konzeptionelles Wissen. Reines Auswendigkönnen ohne tiefes Verständnis der Sache behindert das flexible Denken und das Anknüpfen von neuem Wissen an bestehende Inhalte. Das Reflektieren über neue Wissensinhalte hilft dem Verstehen und dem Aufbau von Verständnis für einen Lerninhalt. Besonders wichtige Bereiche der Mathematik, die in der Primarstufe grundgelegt werden müssen, sind der Aufbau der natürlichen Zahlen und der Aufbau des Stellenwertverständnisses.

Beide Lernziele sind im Lehrplan verankert und die Erreichung beider Lernziele wird wesentlich erschwert durch die Sprechweise der Zahlwörter in der deutschen Sprache. Anders als in fast allen anderen europäischen Sprachen, wird im Deutschen bei zweistelligen Zahlen ab 21 zuerst die Einerstelle genannt und dann erst die Zehnerstelle. Geschrieben wird jedoch immer von links nach rechts, so auch bei den Zahlen. Diese Tatsache ist als Inversion bekannt. Und sie führt zu Problemen beim Transkodieren von Zahldarstellungsformen. Zahlen kommen in der mathematischen, aber auch in der alltäglichen Welt in unterschiedlichen Formen vor. Sie können als verbales Zahlwort erscheinen, als verschriftlichte arabische Ziffernkombination oder als Mengendarstellung in Form einer Strichliste, um nur einige Beispiele zu nennen. Wird nun von einer Zahldarstellungsform in eine andere Form übersetzt, so wird dieser Vorgang als Transkodierung bezeichnet. Dieser Transkodierungsprozess braucht Arbeitsspeicherkapazität. Durch die invertierte Sprechweise in der deutschen Sprache wird an den Arbeitsspeicher, das Arbeitsgedächtnis eine größere Herausforderung gestellt. Der Transkodierungsprozess dauert länger und die Fehlerhäufigkeit nimmt zu – so die Annahme der vorliegenden Studie.

Zur Prüfung dieser Annahmen, die in Form von einem Hypothesenpaar und der dazugehörenden Forschungsfrage formuliert wurden, wurden Mittel der empirisch quantitativen Forschung eingesetzt. Dazu wurde ein balanciertes randomisiertes kontrolliertes Experiment mit Cross-over eingesetzt, ein sogenanntes RCT (randomized controlled trial). Der Vorteil einer solchen randomisierten Panelstudie mit Cross-over ist, dass jeder Beobachtungseinheit (in diesem Fall jedes Kind) als seine eigene Referenz fungiert, wodurch Variablen wie Geschlecht, Alter, Sozialstatus der Eltern oder ähnliche Faktoren keinen Einfluss auf das Ergebnis haben können. Die so erhobenen Daten sind Längsschnittdaten auf Individualebene. Dazu muss die als Exposition (Sprechweise) gesetzte Variable zeitlich vor der Responsvariable (Zeit und Fehler) sein. Umgesetzt wurde die Datenerhebung mit der App *Zwanzigeins*. Diese ist über die Homepage des Vereins *Zwanzigeins e. V.* frei zugänglich. Sie wurde von Lukas Glowania programmiert, nicht rein zum Zweck dieser Arbeit. Er wirkte in vorliegender Studie in Form von technischem Support, die App betreffend, mit. Die App erlaubt es, zunächst mittels Diktates Zahlen zu hören und dann einzutippen. Es können hier verschiedene Sprechweisen ausgewählt werden. Dabei ist die Messung der Zeitdauer der Eingabe und der Fehler möglich. Es wurden drei Untersuchungsgruppen im zweiten Schuljahr in zwei unterschiedlichen Schulen beforscht und die Sprechweise wurde randomisiert vergeben. Welche Zahlen jeweils diktiert werden, wird zufällig von der App generiert. Welches Kind wann an die Reihe kam, folgte keiner festgelegten Reihen. Die eingesetzte Hardware war je Schule unterschiedlich. Die Auswertung der Daten erfolgte mit dem Statistikprogramm Stata 14 durch Peter Morfeld.

Die Ergebnisse der Studie belegen die Annahme und die H1 kann als gültig betrachtet werden. Die Forschungsfrage kann zusammenfassend wie folgt beantwortet werden:

- Es gibt Unterschiede zwischen der invertierten Sprechweise und einer stellenwertgerechten Sprechweise die Eingabedauer und die Fehlerzahl betreffend
- Kinder sind mit der Sprechweise *zehneins* schneller
- Kinder machen in der Sprechweise *zehneins* weniger Fehler

Dies führt weiters zur Annahme, dass Kinder damit weniger Arbeitsspeicher belegen und schneller und korrekter rechnen. Diese Schlussfolgerung müsste jedoch erst durch eine weitere Studie überprüft werden. Ein weiteres interessantes Forschungsziel wäre zu erkennen, ob der während der Schulzeit erfolgte Input in Bezug auf das dezimale Stellenwertsystem die Schnelligkeit und Fehleranfälligkeit beeinflussen und so ein Unterschied zwischen Schüler*innen der ersten und der zweiten Schulstufe ersichtlich wird. Es könnte auch interessant sein zu wissen, welcher Art die Fehler genau waren (Ansteuerungsfehler, Zahlendreher, …). Aus der Studie hat sich als möglicher Trend gezeigt, dass das Alter Einfluss auf die Eingabedauer haben könnte. Hier stellt sich die Frage, ob Kinder, die mehr Erfahrung mit der traditionell verdrehten Sprechweise haben, also eine längere Einübungszeit hatten, für den Umstieg auf *zehneins* länger brauchen. Bis zu welchem Alter ist der Unterschied signifikant? Inwieweit kommen Transkodierungsfehler bei Erwachsenen häufiger vor, wenn sie schon als Kind Probleme damit hatten? Hat das Eingabegerät große Einwirkungen auf die Zeitdauer? Sind Kinder schneller, wenn sie über einen Touchscreen arbeiten? Die vorliegenden Befunde legen es nahe. All diese Fragestellungen ergeben interessante Ansätze für weitere Untersuchungen.

Im Sinne einer Interventionsstudie wäre interessant zu hinterfragen, ob das Üben der unverdrehten Sprechweise zu einem schnelleren und besseren Verständnis des Stellenwertsystems führen würde. Ob die Ergebnisse später auf andere Schulklassen mit anderer Zusammensetzung und in anderen Städten, Ländern, Staaten übertragen werden kann, war nicht die zentrale Frage dieser Arbeit, wäre aber für weiterführende Arbeiten als Ziel denkbar.

Zubert et al (2009) schlagen in ihrer Studie zur Transkodierung in einer Sprache mit Inversion vor, dass es hilfreich sein könnte, Zahlen möglichst zu automatisieren und so im Langzeitgedächtnis zu verankern, da die Anforderungen an das Arbeitsgedächtnis geringer gehalten werden könnten und dies der Transkodierung zu Gute kommen sollte (Zuber et al., 2009, S. 75). Dies widerspricht jedoch der aktuellen Mathematikdidaktik, die, wie sich in der gesamten Arbeit immer wieder zeigt, davon ausgeht, dass nicht verstandenes, rein prozedurales Wissen nicht anschlussfähig für neue, aufbauende Inhalte ist.

Für den Mathematikunterricht ergibt sich, basierend auf den Ergebnissen dieser Arbeit, die unbedingte Notwendigkeit, die Inversion der Zahlen im Deutschen im Unterricht zu thematisieren und die Schwierigkeit mit den Kindern zu besprechen. Die Fördermaßnahmen, wie in Kapitel 4 beschrieben, sollten Beachtung finden und der Erarbeitung der natürlichen Zahlen und besonders des Stellenwertverständnisses genügend Raum gegeben werden. Ein genaues Hinterfragen, ob das Kind nur prozedural mit Material umgeht, oder ob es wirklich konzeptionelles Wissen aufbauen kann, wird unumgänglich sein, um die Basis für ein flexibles Rechnen in weiteren Schuljahren aufbauen zu können.

Für die politisch Verantwortlichen zeigt sich, dass eine Umsetzung in der Gesellschaft ernsthaft anzudenken wäre. Alleine im Sinne der Inklusion kann es für viele Menschen Beitrag zum Abbau von unnötigen Hürden sein. Möglich wäre es, zumindest beide Sprechweisen offiziell zuzulassen und im schulischen Bereich gezielt zu nutzen. Vielleicht ist dann eine rigorose Reform wie in Norwegen nicht notwendig, sondern eine sanfte Reform findet von sich aus statt … weil zehneins als praktischer und weniger fehleranfällig erlebt wird.

„Also für mich war die Methode mit dem zehn-drei viel leichter.“
„Warum?“
„Na ja, da hört man zuerst die erste Zahl und dann die zweite gleich dran – das ist viel leichter für die Ohren... und für das Gehirn.“
(Proband 405)

9 Literaturverzeichnis

Allison, P. D. (2009). *Fixed effects regression models*. SAGE.

Althoff, F. (2008). Änderungen der Zahlwörter im Englischen. In L. Gerritzen (Hrsg.), *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente und Meinungen* (S. 115–123). Brockmeyer.

Andresen, J., Bodenstein, E., Mez, J., & Langenscheidt-Redaktion (Hrsg.). (2013). *Langenscheidt Taschenwörterbuch Dänisch: Dänisch-Deutsch, Deutsch-Dänisch*. Langenscheidt.

Beer, R. (2016). Einführung in das Datenmanagement mit Statistiksoftware - Grundbegriffe. In H. Schwetz, R. Beer, I. Benischek, & A. Forstner-Ebhart (Hrsg.), *Einführung in das quantitativ orientierte Forschen und erste Analysen mit SPSS* (4., überarbeitete und erweiterte Auflage, S. 59–86). Facultas.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung (Hrsg.). (2011). *Praxishandbuch für Mathematik Schulstufe 4.* (2., durchges. und erw. Aufl., überarb. Neuaufl). Leykam.

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 1963, Nr. 267, Lehrplan der Volksschule und Sonderschulen, § II (1963). https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung/Bundesnormen/10009275/Lehrpl%c3%a4ne%20der%20Volksschule%20und%20der%20Sonderschulen%2c%20Fassung%20vom%2022.04.2023.pdf

Bundesgesetzblatt für die Republik Österreich, BGBL.II, 2023, Nr. 1, Lehrplan der Volksschule, § II (2023). https://www.ris.bka.gv.at/eli/bgbl/II/2023/1/20230102

Cameron, A. C., & Trivedi, P. K. (2010). *Microeconometrics using stata*. Stata Press.

Comrie, B. (2005). Endangered numeral systems. In J. Wohlgemuth & T. Dirksmeyer (Hrsg.), *Bedrohte Vielfalt: Aspekte des Sprach(en)tods - Aspects of language death* (S. 203–230). Weißensee Verlag. https://www.researchgate.net/publication/40852630_Bedrohte_Vielfalt_Aspekte_des_Sprachentods_Aspects_of_language_death/link/54bcb1310cf29e0cb04c1ff2/download

Döring, N., & Bortz, J. (2016). *Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften* (5., vollst. überarb., akt. u. erw. Aufl.). Springer.

Dowker, A., & Nuerk, H.-C. (2016). Editorial: Linguistic Influences on Mathematics. *Frontiers in Psychology*, *Linguistic Influences on Mathematical Cognition*, 6–9.

Eckstein, B. (2020). *Verdrehte Zahlwörter - Trick zehnsieben hilft!* (1. Auflage). Selbstverlag.

Farsi (FA). (2023). *Interlanguage*. https://interlanguage.it/de/blog-it/farsi-fa.html

Fromme, M., Benz, C., & Wartha, S. (2017). *Stellenwertverständnis im Zahlenraum bis 100: Theoretische und empirische Analysen*. Springer Spektrum.

Gaidoschik, M. (2021). *Rechenschwäche vorbeugen Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen* (7. Auflage). G&G Verlag.

Gaidoschik, M., Moser Opitz, E., Nührenbörger, M., & Rathgeb-Schnierer, E. (2021). *Besondere Schwierigkeiten beim Mathematiklernen*. Special Issue der Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 47(111S). https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15952.64004

Gerritzen, L. (Hrsg.). (2008). *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente und Meinungen*. Brockmeyer.

Gerster, H.-D., & Schultz, R. (2004). *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht* (S. 419) [Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche - Erkennen, Beheben, Vorbeugen]. Pädagogische Hochschule Freiburg Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken. https://phfr.bsz-bw.de/frontdoor/deliver/index/docId/16/file/gerster.pdf

Gogolin, I., & Stecher, L. (2014). Erziehungs- und sozialwissenschaftliche Längsschnittstudien: Befunde und methodisch Herausforderungen. *Diskurs Kindheits- und Jugendforschung*, *Heft 3-2014*, 265–268.

Häsel-Weide, U., & Schöttler, C. (2021). Das Dezimalsystem verstehen - Bedeutung, Erkenntnisse, Anregungen. *Zeitschrift für Mathematikdidaktik in Forschung und Praxis*, *2*, 1–38. https://doi.org/10.48648/8qae-mb28

Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2020). *Anfangsunterricht Mathematik* (4., überarbeitete Auflage). Springer Spektrum.

Hergenhahn, R. (2008). Die Köbelschen Rechentafeln in seinen Rechenbüchern. In L. Gerritzen (Hrsg.), *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente und Meinungen* (S. 109–112). Brockmeyer.

Herzog, M., Fritz, A., & Ehlert, A. (2017). Entwicklung eines tragfähigen Stellenwertverständnisses. In A. Fritz, S. Schmidt, & G. Ricken (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (3. Auflage, S. 266–285). Beltz.

Himmel, B. (2008). Die Zahlensprechweise im Tschechischen. In L. Gerritzen (Hrsg.), *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente und Meinungen* (S. 124–126). Brockmeyer.

Hüttemann, J. (1998). *Störungen der Zahlenverarbeitung* (1. Aufl). NAT-Verl.

Klein, E., Bahnmueller, J., Mann, A., Pixner, S., Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., & Moeller, K. (2013). *Language influences on numerical development - Inversion effects on multi-digit number processing*. Frontiers in Psychology. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2013.00480/full

Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule* (4. Auflage). Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-54692-5

Kunitzsch, P. (2005). *Zur Geschichte der „arabischen" Ziffern*. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission beim Beck. http://publikationen.badw.de/de/020836794/pdf/CC%20BY

Lößlein, G. (2008). Ansätze einer Modellbildung zur Erfassung des wirtschaftlichen Schadens. In *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise* (S. 142–144). Brockmeyer.

Mallaun, J. (2016). Gib dem Trend eine Linie: Lineare Regression. In H. Schwetz, R. Beer, I. Benischek, & A. Forstner-Ebhart (Hrsg.), *Einführung in das quantitativ orientierte Forschen und erste Analysen mit SPSS* (4., überarbeitete und erweiterte Auflage, S. 123–144). Facultas.

Meyerhöfer, W. (2015). Zweizehneins, Zwanzigeins, Einundzwanzig. *Pädagogische Korrespondenz*, *Heft 52*(Herbst 2015), 21–41.

Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance - A longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities*, *32*(5), 1837–1851. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012

Moeller, K., Zuber, J., Olsen, N., Nuerk, H.-C., & Willmes, K. (2015). Intransparent German number words complicate transcoding - A translingual comparison with Japanese. *Frontiers in Psychology, Linguistic Influences on Mathematical Cognition*, 35–44.

Pforr, K., & Schröder, J. (2015). *GESIS Survey Guidelines - Warum Panelstudien?* GESIS Leibnitz-Institut für Sozialwissenschaften.

Pixner, S., Zuber, J., Heřmanová, V., Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., & Möller, K. (2011). *One language, two number-word systems and many problems: Numerical cognition in the Czech language*. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S089142221100240X?via%3Dihub

Pöhls-Stöwesand, A. (2020). Denken in Bündeln. *Grundschule Mathematik*, *64*, 32–35.

Prior, A., Katz, M., Mahajna, I., & Rubinsten, O. (2015). *Number word structure in first and second language influences arithmetic skills*. Frontiers in Psychology. https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2015.00266/full

Rathgeb-Schnierer, E., & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln: Grundlagen – Förderung – Beispiele*. Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-662-57477-5

Schipper, W., Ebeling, A., & Dröge, R. (2015a). *Handbuch für den Mathematikunterricht 1. Schuljahr* (Druck A 5 2021). Schroedel Westermann.

Schipper, W., Ebeling, A., & Dröge, R. (2015b). *Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr* (Druck A 5 2021). Schroedel westermann.

Schulz, A. (2018). Der Werkzeugkoffer. *Grundschule Mathematik*, *57*, 4–7.

Schuppener, G. (2014). *Warum 21 einundzwanzig heißt* (P. Anreiter, Hrsg.; Bd. 21). Praesens.

van der Ven, S. H. G., Klaiber, J. D., & van der Maas, H. L. J. (2017). Four and twenty blackbirds: How transcoding ability mediates the relationship between visuospatial working memory and math in a language with inversion. *Educational Psychology, 37*(4), 487–505. https://doi.org/10.1080/01443410.2016.1150421

Vannebo, K.-I. (2008). Die norwegische Zahlsprechreform von 1951. In L. Gerritzen (Hrsg.), *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente und Meinungen* (S. 95–104). Brockmeyer.

Voigt, J. (2008). Die konsequente Zahlensprechweise in der Türkei. In L. Gerritzen (Hrsg.), *Zwanzigeins: Für die unverdrehte Zahlensprechweise; Fakten, Argumente und Meinungen* (S. 113–114). Brockmeyer.

Wartha, S., & Schulz, A. (2019). *Rechenproblemen vorbeugen* (6. Auflage). Cornelsen.

Wussing, H. (2013). *6 000 Jahre Mathematik - Von den Anfängen bis Leibniz und Newton*. Springer Spektrum.

Young, J. O., Kouwenhoven-Pasmooij, T. A., Freak-Poli, R., Roos-Hesselink, J. W., & Hunink, M. G. M. (2015). Randomized study designs für lifestyle interventions: A tutorial. *International Journal of Epidemiology*, 1–14.

Zuber, J., Pixner, S., Möller, K., & Nuerk, H.-C. (2009). On the language specificity of basic number processing: Transcoding in a language with inversion and its relation to working memory capacity. *Journal of Experimental Child Psychology*, *102*(1), 60–77. https://doi.org/doi:10.1016

Zwanzigeins e.V. (2023a). *Positionspapier Zahlensprechweise*. Zwanzigeins e.V. https://zwanzigeins.jetzt/downloads/Positionspapier_Zahlensprechweise_Zwanzigeins%20eV_09.09.2023.pdf

Zwanzigeins e.V. (2023b). *Verein zur Reform der deutschen Zahlensprechweise*. Zwanzigeins e.V. https://zwanzigeins.jetzt/

10 Anhang

Im Anhang sind hier die Listen der randomisierten Sequenzen, die Untersuchungsanweisung im Klassenverband, und die Untersuchungsanweisung im Klassensetting aufgeführt.

Anhang

10.1 Liste der randomisierten Sequenzen

Klasse 3

Profilname	Randomisierte Sequenz per Münze Angegeben ist der Startmodus	Anmerkung
301	tv	
302	ze	
303	tv	
304	ze	
305	tv	
306	ze	
307	ze	
308	tv	
309	ze	
310	ze	
311	tv	
312	tv	
313	tv	
314	ze	
315	ze	
316	tv	
317	tv	
318	ze	
319	tv	
320	ze	
321	ze	
322	tv	
323	tv	
324	ze	
325	tv	
326	ze	

Anhang

Klasse 4

Profilname	Randomisierte Sequenz per Münze Angegeben ist der Startmodus	Anmerkung
401	tv	
402	ze	
403	tv	
404	ze	
405	ze	
406	tv	
407	tv	
408	tv	
409	ze	
410	ze	
411	ze	
412	ze	
413	tv	
414	ze	
415	ze	
416	ze	
417	tv	
418	tv	
419	ze	
420	ze	
421	ze	
422	tv	
423	tv	
424	tv	
425	tv	
426	tv	

Anhang

Klasse 5

Profilname	Randomisierte Sequenz per Münze Angegeben ist der Startmodus	Anmerkung
501	ze	
502	ze	
503	tv	
504	tv	
505	ze	
506	ze	
507	ze	
508	tv	
509	ze	
510	ze	
511	ze	
512	ze	
513	tv	
514	tv	
515	tv	
516	tv	
517	tv	
518	tv	

Abkürzungen: tv: traditionell verdreht Kopf: tv erstellt am 09.04.2023
ze: zehneins Zahl: ze

10.2 Untersuchungsanweisung im Klassenverband

„Wenn wir etwas lesen, machen wir es von links nach rechts

(zeigt an einem Text in der Klasse die Leserichtung mit).

Ist dir schon einmal aufgefallen, dass wir unsere Zahlen anders aussprechen, als wir sie aufschreiben?

Zum Beispiel diese Zahl

(schreibt 23 an die Tafel).

Wer kann die Zahl vorlesen?

Kind: „Dreiundzwanzig“

Genau – Schau mal, du hast es jetzt von rechts nach links gelesen.

(zeigt mit)

Ist dir das schon einmal aufgefallen?

Ich habe für dich ein Spiel mit, bei dem du die Zahlen auch einmal so hören kannst, wie sie klingen würden, wenn wir sie nicht verdrehen.

Dann würden wir diese Zahl als „zwanzigdrei“ aussprechen.

Auch die gewohnte Art, Zahlen zu sprechen, wirst du hören.

Du sollst die Zahl, die du hörst, dann richtig in das Tablet tippen.

Immer drei Kinder/ein Kind dürfen/darf zu mir hinaus in den Gang (in die Bibliothek, …) kommen und das Spiel ausprobieren.

Hast du noch eine Frage?“

10.3 Untersuchungsanweisung im Einzelsetting

„Du kannst das Spiel jetzt einfach einmal in Ruhe ausprobieren.

Erst beim zweiten Spieldurchgang notiere ich mir die Zeit, die du benötigt hast.

Bist du bereit?“

10.4 Eigenständigkeitserklärung

„Ich erkläre, dass ich die vorliegende Masterarbeit selbst verfasst habe und dass ich dazu keine anderen als die angeführten Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Publikationen entnommen sind, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form weder im In- noch im Ausland in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt."

Oberlembach, 07.10.2023